AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Integralność konstrukcji

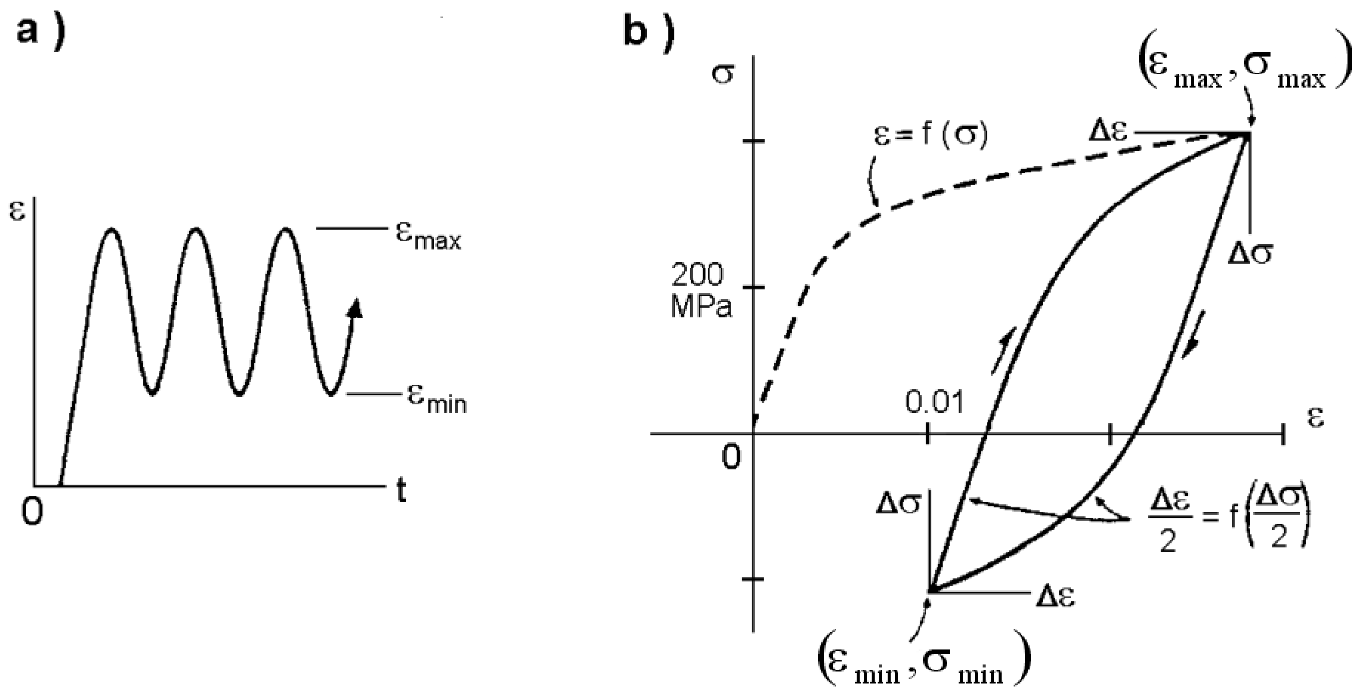
Wykład Nr 3

Zależność między naprężeniami i odkształceniami

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

3.1. Zależność między naprężeniami i odkształceniami przy obciążeniach cyklicznych - przykład

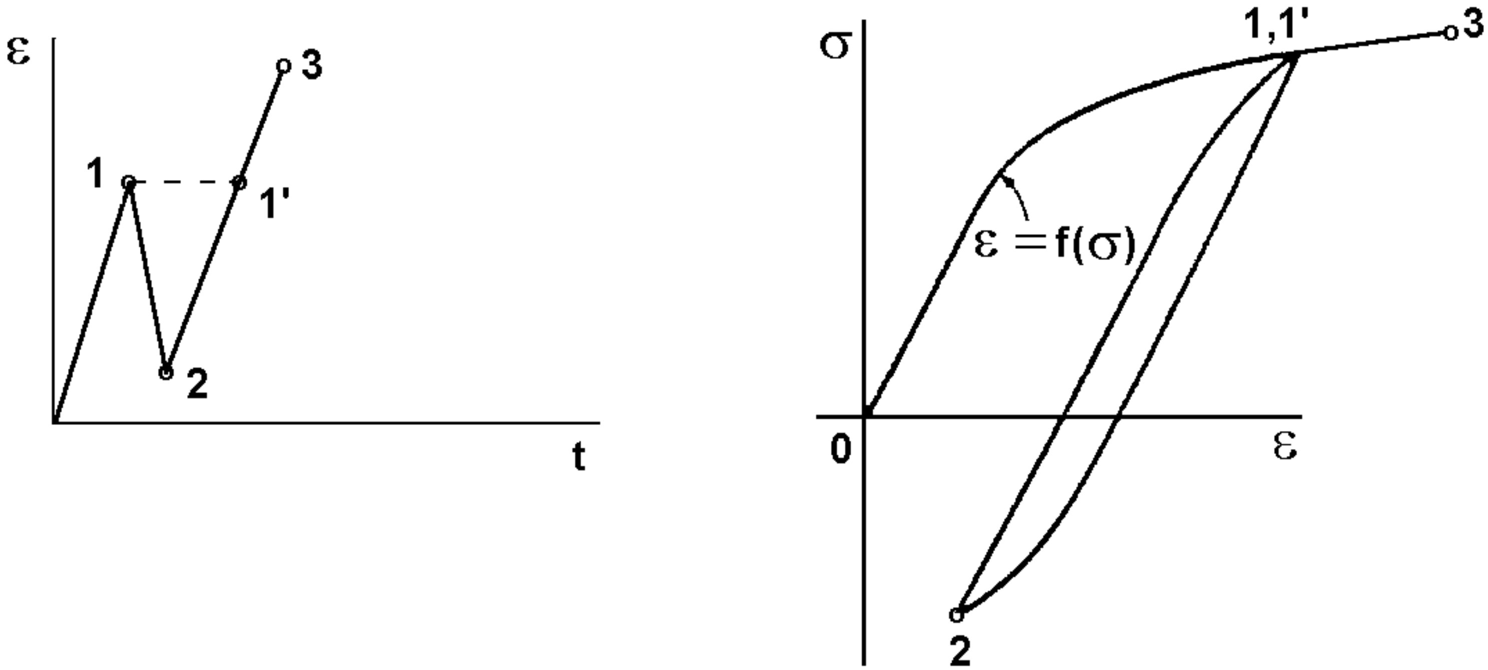
Obciążenie pod kontrolą odkształcenia (przy stałej amplitudzie odkształcenia), gdy $\sigma_{max} > R_e$, $\Delta\sigma > 2R_e$



Rys. 3.1 *Tor punktu (σ,ε) przy obciążeniu ε_a =const.*

3.1. Zależność między naprężeniami i odkształceniami przy obciążeniach cyklicznych - przykład

Gdyby przy ponownym obciążeniu odkształcenie przekroczyło poziom maksymalny ε_{max} , to punkt (σ,ε) kontynuowałby poruszanie się po krzywej monotonicznej $\varepsilon = f(\sigma)$. Jest to tzw. **efekt pamięci materiału**.



Rys.3.2 *Ilustracja efektu pamięci materiału*

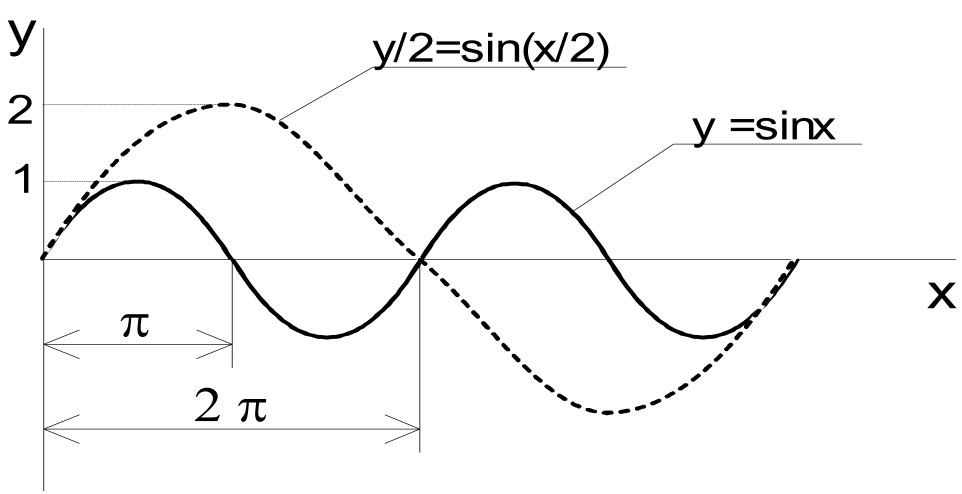
3.2. Równanie toru punktu (σ,ε)

Jeżeli:

$$\sigma_{min} = \sigma_{max} - \Delta\sigma \;\; \text{i} \;\; \varepsilon_{min} = \varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon \qquad (3.1)$$

to wykres σ-ε przy odciążaniu od σ_{max} do σ_{min} jest taki, jaki byłby **dwukrotnie zwiększony** wykres $\sigma - \varepsilon$ przy obciążeniu od 0 do $\Delta\sigma$.

Aby dwukrotnie zwiększyć krzywą **y = f(x)** trzeba narysować krzywą **y/2 = f(x/2)**, np.:



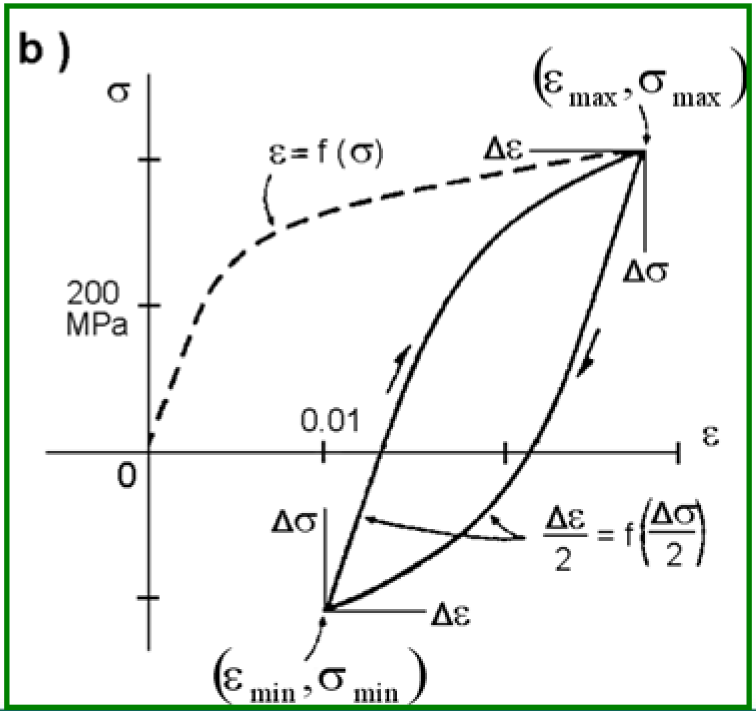
3.2. Równanie toru punktu (σ,ε)

Jeżeli zależność przy obciążeniu od 0 do $\Delta\sigma$ ma postać

$$\varepsilon = f(\sigma);\quad \text{np.:}\quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{3.2}$$

to równanie krzywej odciążenia ma formę:

$$\boxed{\frac{\Delta\varepsilon}{2} = f\left(\frac{\Delta\sigma}{2}\right)}\ ,\ \text{np.:}\quad \boxed{\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2H}\right)^{\frac{1}{n}}} \tag{3.3a}$$



lub

$$\boxed{\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H}\right)^{\frac{1}{n}}} \tag{3.3b}$$

przy czym początek układu jest w punkcie (σ_{max}, ε_{max}) (rys. 3.1b).

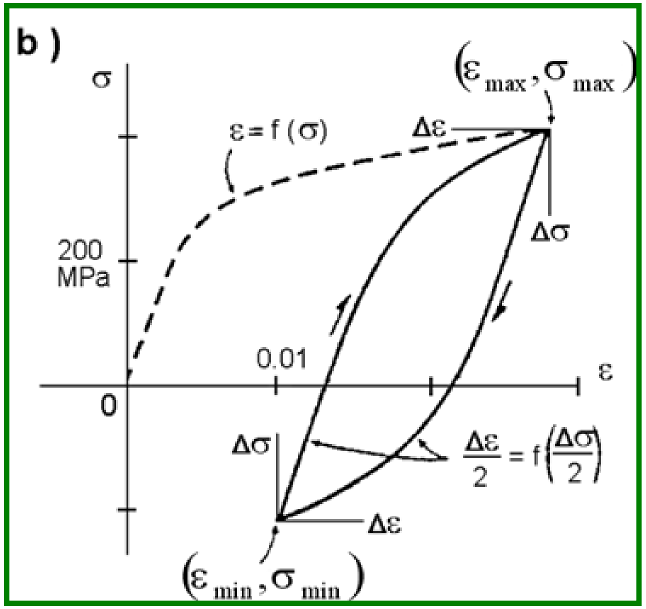
3.2. Równanie toru punktu (σ,ε)

Uwzględniając (3.1): $\sigma_{min} = \sigma_{max} - \Delta\sigma$ i $\varepsilon_{min} = \varepsilon_{max} - \Delta\varepsilon$

równanie krzywej odciążenia (3.3): $\boxed{\dfrac{\Delta\varepsilon}{2} = \dfrac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\dfrac{\Delta\sigma}{2H}\right)^{\frac{1}{n}}}$ $\boxed{\varepsilon_a = \dfrac{\sigma_a}{E} + \left(\dfrac{\sigma_a}{H}\right)^{\frac{1}{n}}}$

można też przedstawić względem pierwotnych osi σ, ε.

Ponieważ: $\dfrac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{2} = f\left(\dfrac{\Delta\sigma}{2}\right)$ lub $\dfrac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{2} = f(\sigma_a)$



to: $\varepsilon_{min} = \varepsilon_{max} - 2f\,(\Delta\sigma/2)$ (3.4a)

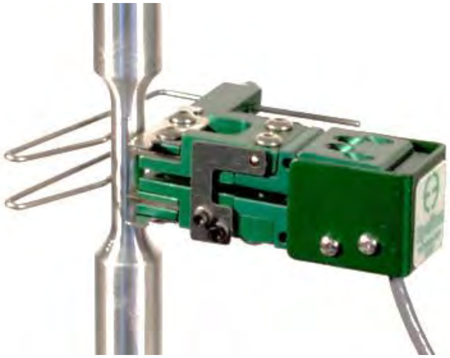
lub $\varepsilon_{min} = \varepsilon_{max} - 2f\,(\sigma_a)$ (3.4b)

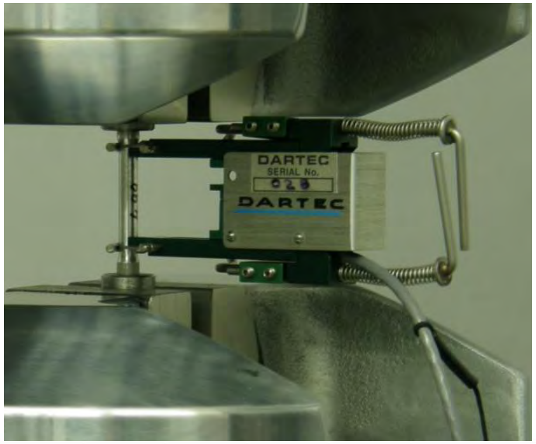
3.3. Zachowanie się rzeczywistych metali przy obciążeniach cyklicznych

- Metoda wyznaczania cyklicznej krzywej odkształcenia opisana jest w normach:
  - ✓ amerykańskiej **ASTM E 606** (*Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing*)
  - ✓ polskiej **PN 84/H-04334** (będącej tłumaczeniem ASTM E 606)

- Zależność między naprężeniem i odkształceniem przy obciążeniach cyklicznych jest na ogół inna niż przy obciążeniach monotonicznych.

- Badania przeprowadza się pod kontrolą odkształcenia przy ε_a = const., R = -1, tzn. $\varepsilon_{max} = \varepsilon_a$, $\varepsilon_{min} = - \varepsilon_a$ (wahadłowy cykl odkształceń).

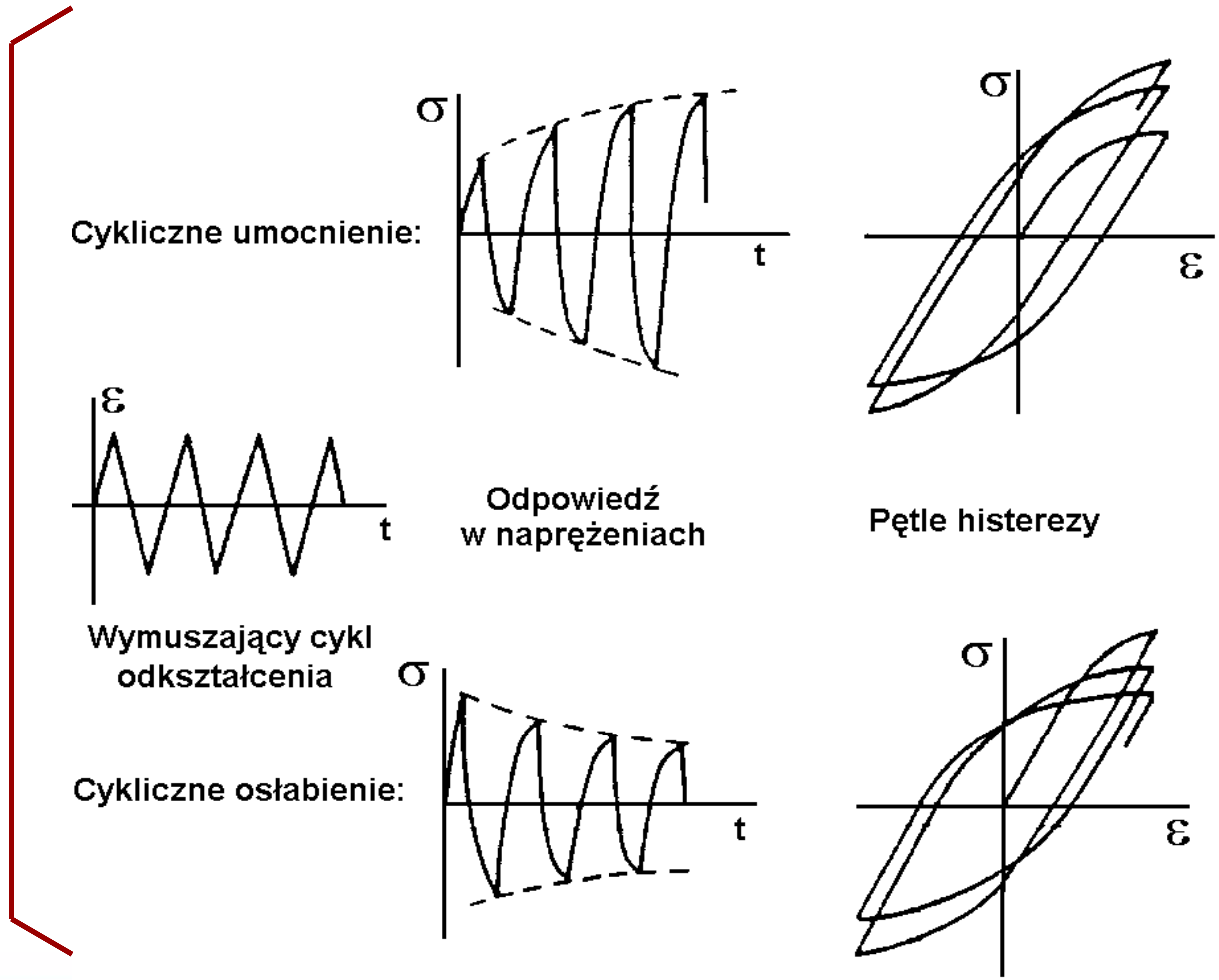




3.3. Zachowanie się rzeczywistych metali przy obciążeniach cyklicznych

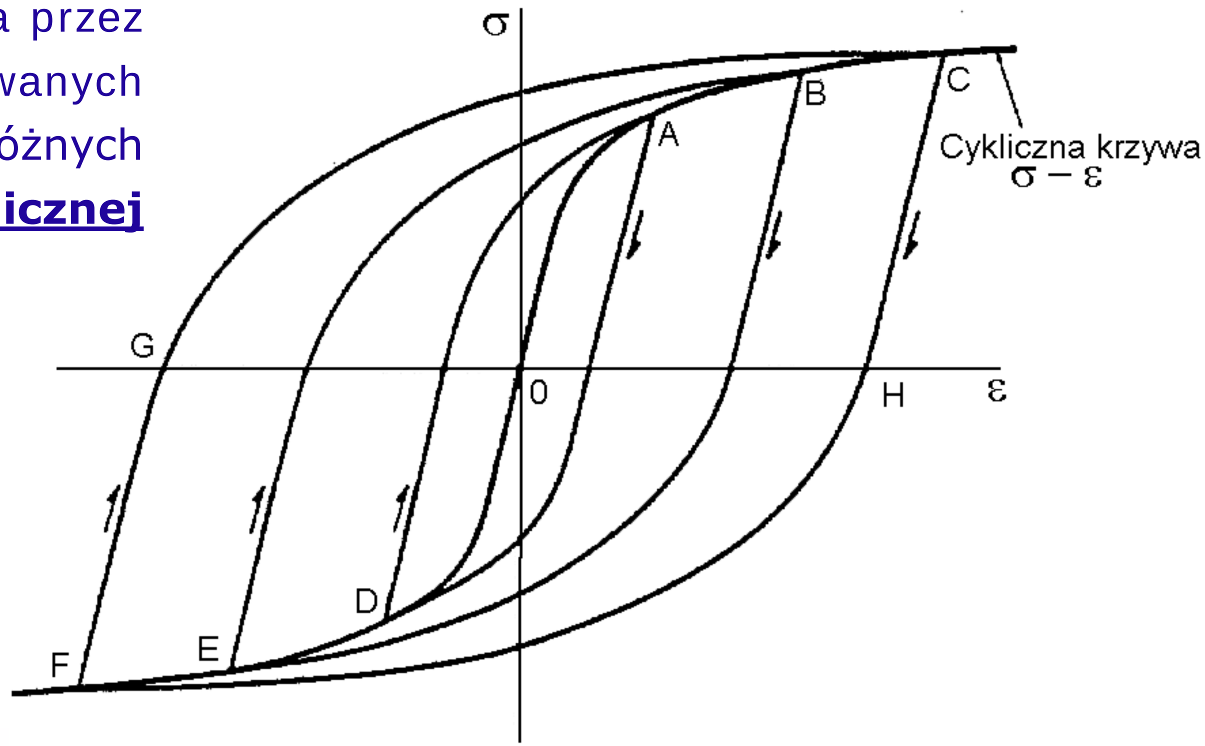
W metalach naprężenia potrzebne do uzyskania zadanych odkształceń cyklicznych ($R=-1$, ε_a = const. $\Rightarrow \varepsilon_{max}=\varepsilon_a$, $\varepsilon_{min}=-\varepsilon_a$) z reguły zmieniają się podczas badania.

Dwa typy zachowania materiałów:

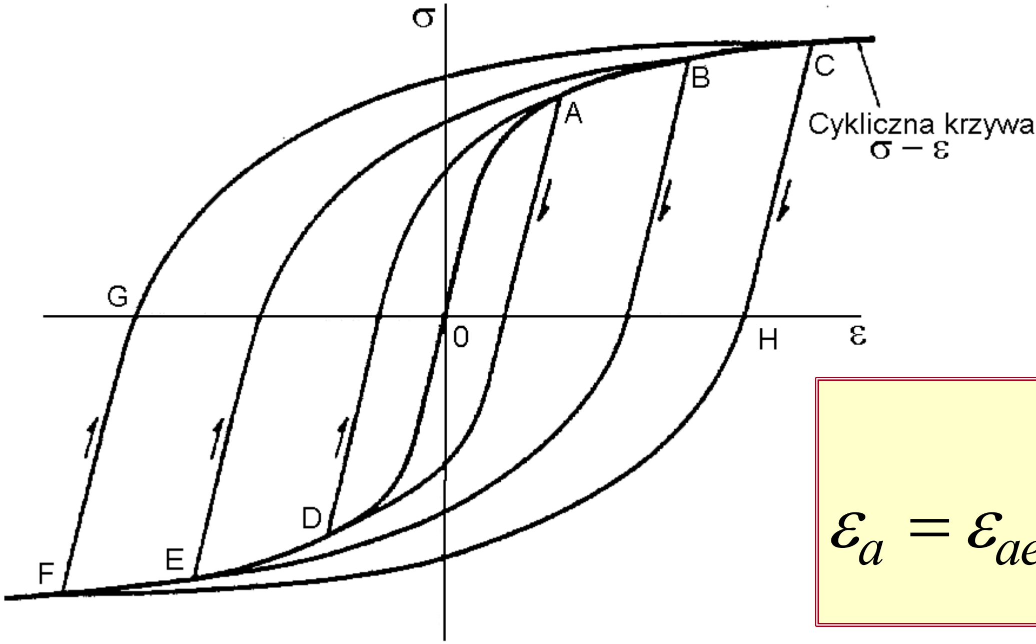


3.3. Zachowanie się rzeczywistych metali przy obciążeniach cyklicznych

- Cykliczne umocnienie lub osłabienie jest gwałtowne na początku badania.
- Zmiany w zachowaniu się materiału maleją ze wzrostem liczby cykli.
- Uważa się, że cyklicznie ustabilizowane zachowanie się materiału reprezentuje pętla histerezy w połowie trwałości zmęczeniowej (liczby cykli do zniszczenia) przy danej amplitudzie odkształcenia.
- Linia OABC poprowadzona przez wierzchołki ustabilizowanych pętli otrzymanych przy różnych ε_a nosi nazwę **cyklicznej krzywej odkształcenia**.



3.4. Równanie cyklicznej krzywej odkształcenia



$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}} \qquad (3.5)$$

Własności materiału **H`** i **n`** wyznaczane są podobnie jak parametry **H** i **n** krzywej monotonicznej **σ** versus **ε**, (por. rys. 2.5) przez dopasowanie równania:

$$\varepsilon_{ap} = \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

do punktów (σ_a, ε_{ap}) otrzymanych z badań zmęczeniowych przy różnych amplitudach odkształcenia.

3.5 równanie gałęzi ustabilizowanej pętli histerezy

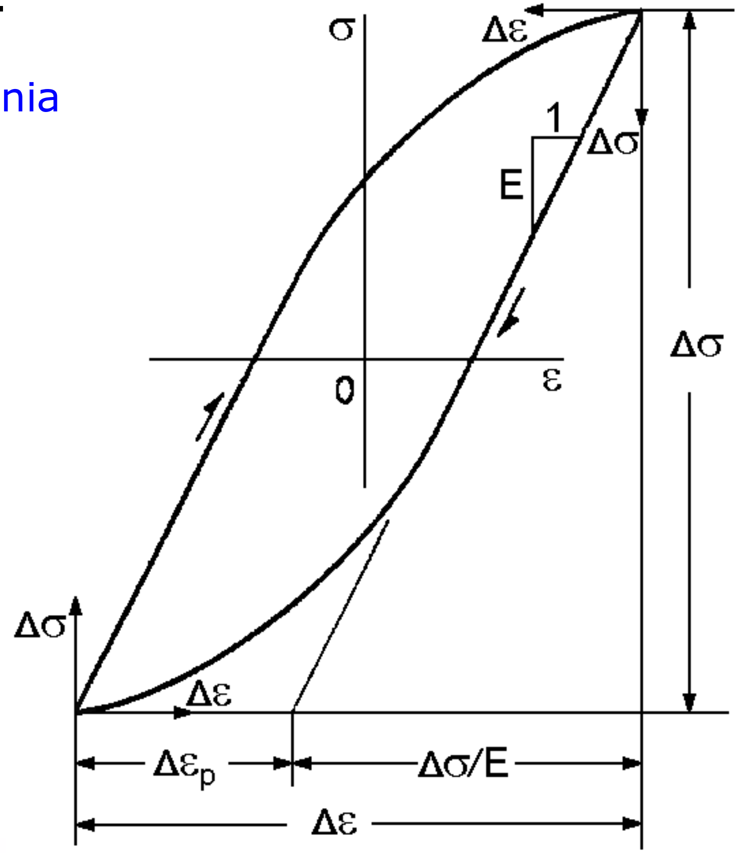
Zgodnie z regułą (3.3a):

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2H'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.6)$$

gdzie: $\Delta\varepsilon$ i $\Delta\sigma$ są zmianami względem jednego z wierzchołków pętli histerezy, który jest początkiem układu współrzędnych.

Równanie (3.6) jest tylko inną formą równania cyklicznej krzywej odkształcenia (3.5):

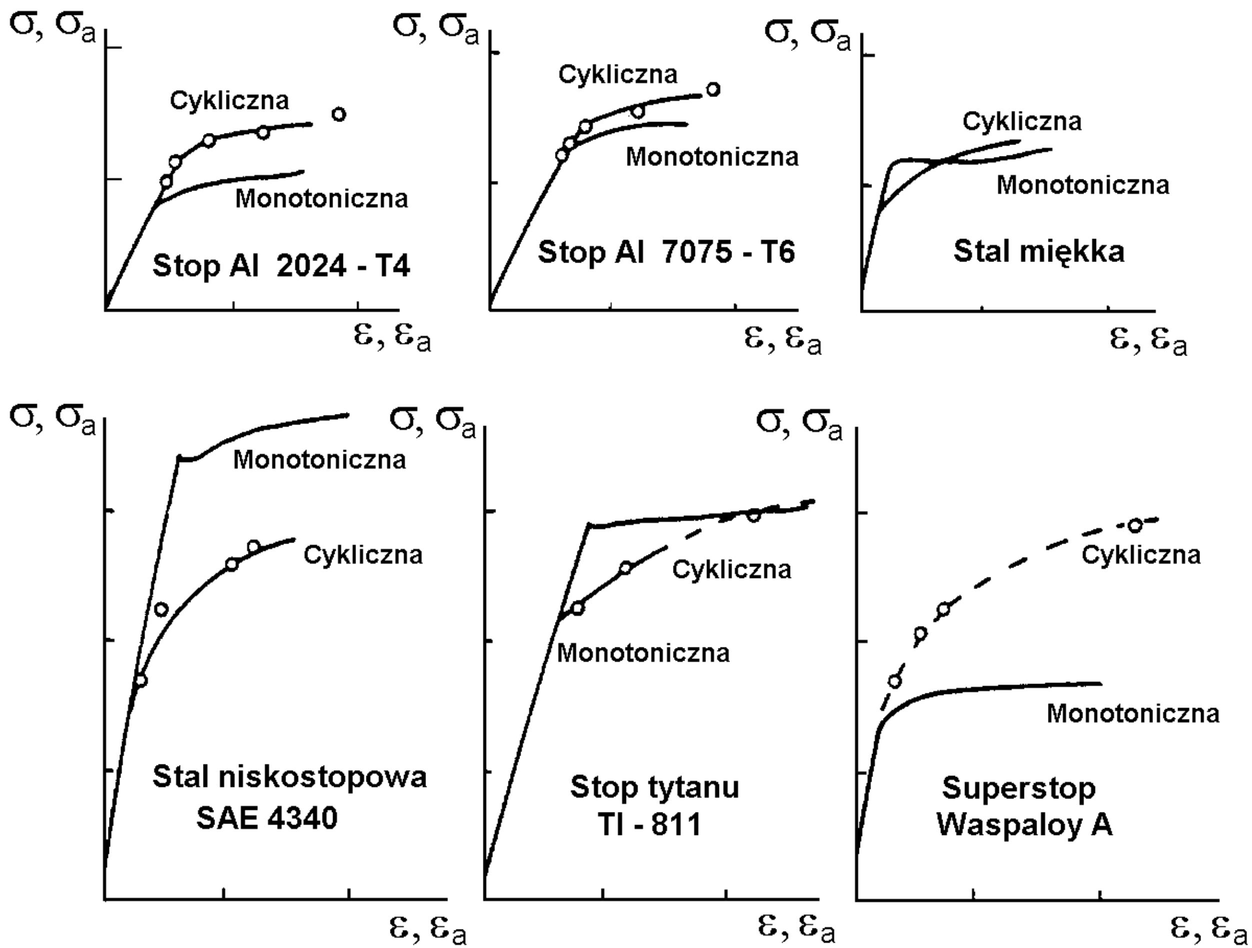
$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$



Komentarz:

Gdy zmienia się kierunek obciążenia przy ε_{max}, lub ε_{min}, nachylenie gałęzi pętli histerezy jest w przybliżeniu stałe i równe E, jak w monotonicznej próbie rozciągania. Gdy pojawią się odkształcenia plastyczne, gałąź odchyla się od linii prostej.

3.6. Przewidywanie cyklicznego zachowania się materiału według Mansona



Gdy $R_m/R_e > 1,4$ - cykliczne umocnienie

Gdy $R_m/R_e < 1,2$ - cykliczne osłabienie

Gdy $R_m/R_e = 1,2 \div 1,4$ - cykliczna stabilność lub zachowanie mieszane