AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

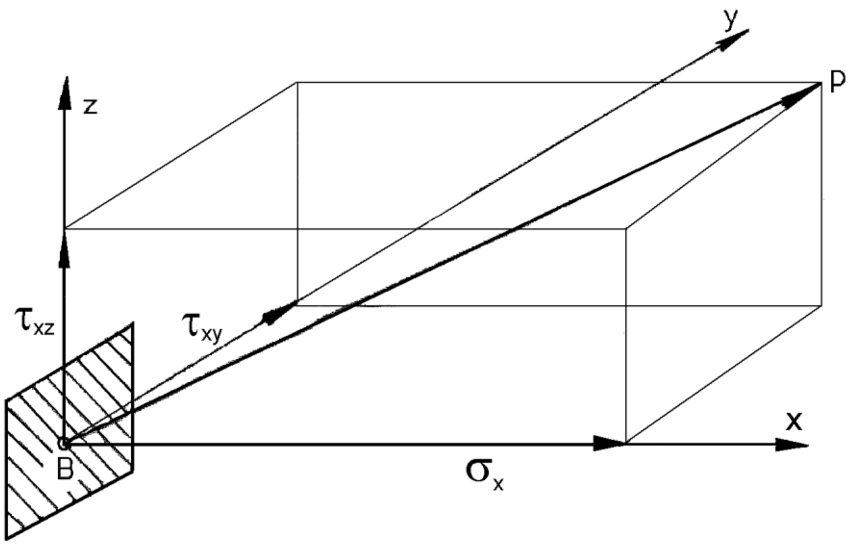
Integralność konstrukcji w eksploatacji

Wykład 0

PRZYPOMNIENIE PODSTAWOWYCH POJĘĆ Z WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki
Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

1.1 RODZAJE NAPRĘŻEŃ

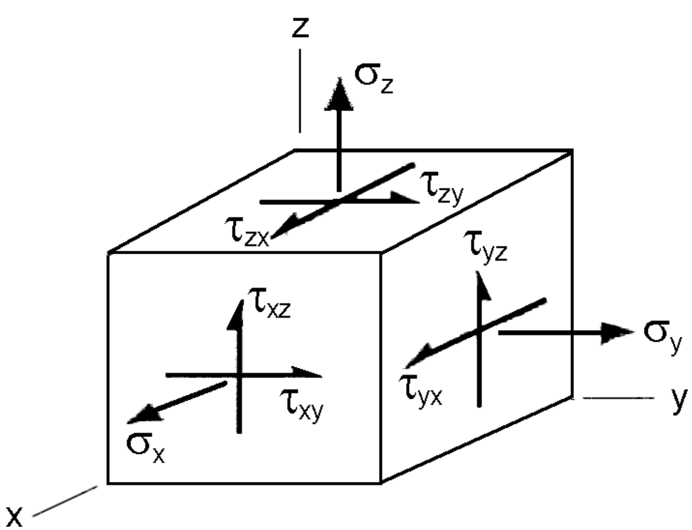


p - naprężenie całkowite

σ_x - naprężenie normalne

τ_{xz} , τ_{xy} - naprężenia styczne

Rys. 1. *Składowe naprężenia w punkcie B w przekroju o normalnej x*

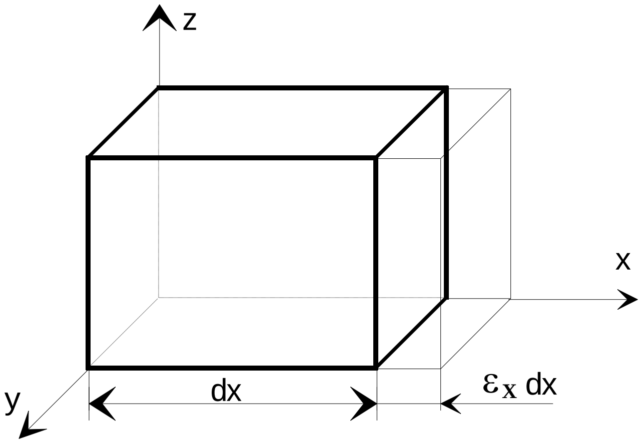


$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Rys. 2. *Współrzędne tensora naprężeń*

1.2 RODZAJE ODKSZTAŁCEŃ

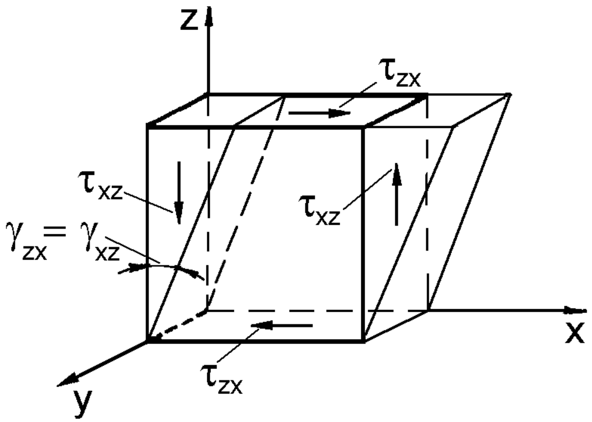
a) odkształcenia liniowe $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$



Współrzędne tensora odkształceń

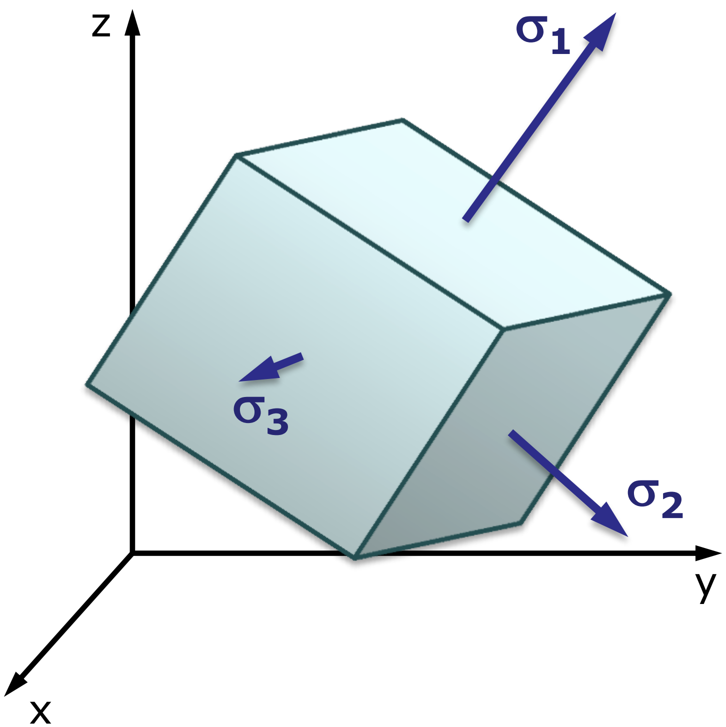
$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/2 & \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 & \varepsilon_y & \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 & \gamma_{yx}/2 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

b) odkształcenia kątowe $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$



2. NAPRĘŻENIA GŁÓWNE

W każdym punkcie ciała można tak zorientować elementarny prostopadłościan, że w trzech wzajemnie prostopadłych przekrojach nie występują naprężenia styczne, a jedynie naprężenia normalne. Nazywamy je naprężeniami głównymi i oznaczamy σ_1 , σ_2 , σ_3 .



Umowa : $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

σ_1 i σ_3 - ekstremalne wartości naprężeń normalnych w danym punkcie,

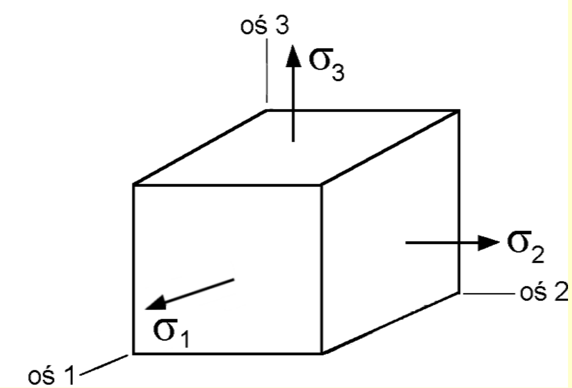
tzn. jeżeli x nie jest kierunkiem głównym, to:

$\sigma_3 \leq \sigma_x \leq \sigma_1$

3. RODZAJE STANU NAPRĘŻENIA

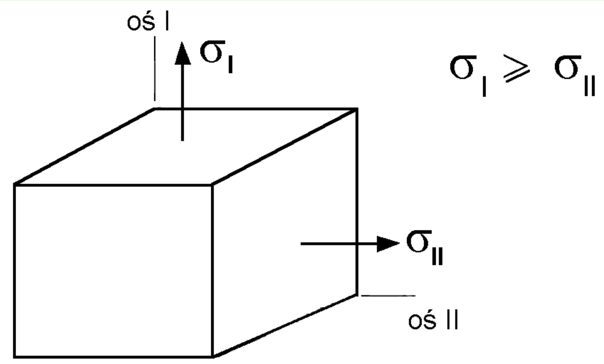
3.1. PRZESTRZENNY STAN NAPRĘŻEŃ:

$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 \neq 0$



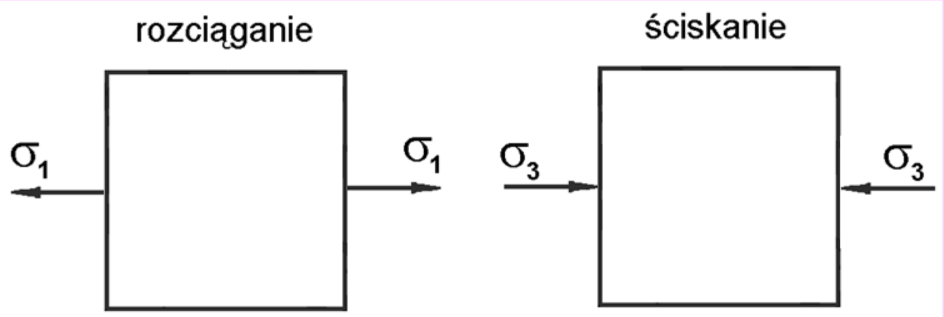
3.2. PŁASKI STAN NAPRĘŻEŃ:

jedna składowa główna = 0



3.3. JEDNOOSIOWY STAN NAPRĘŻEŃ:

jedna składowa główna ≠ 0



4. PRAWO HOOKE'a

Stosowane może być gdy odkształcenia są proporcjonalne do naprężeń:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] \qquad \gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] \qquad \gamma_{xz} = \frac{1}{G}\tau_{xz} \qquad (1)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] \qquad \gamma_{yz} = \frac{1}{G}\tau_{yz}$$

gdzie :

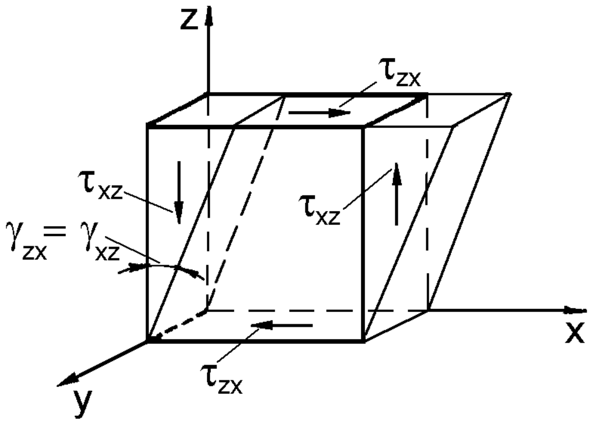
E - moduł Younga

ν - liczba Poissona

G - moduł Kichhoffa

γ - odkształcenia kątowe

(np. γ_{xz} - zmiana kąta prostego w płaszczyźnie x-z)



4. PRAWO HOOKE'a

Przypadki szczególne:

- **płaski stan naprężeń** (np. w płaszczyźnie x-y, tj.: $\sigma_z = 0$)
  wiąże się z przestrzennym stanem odkształcenia:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \qquad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \qquad \varepsilon_z = \frac{-\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \tag{2}$$

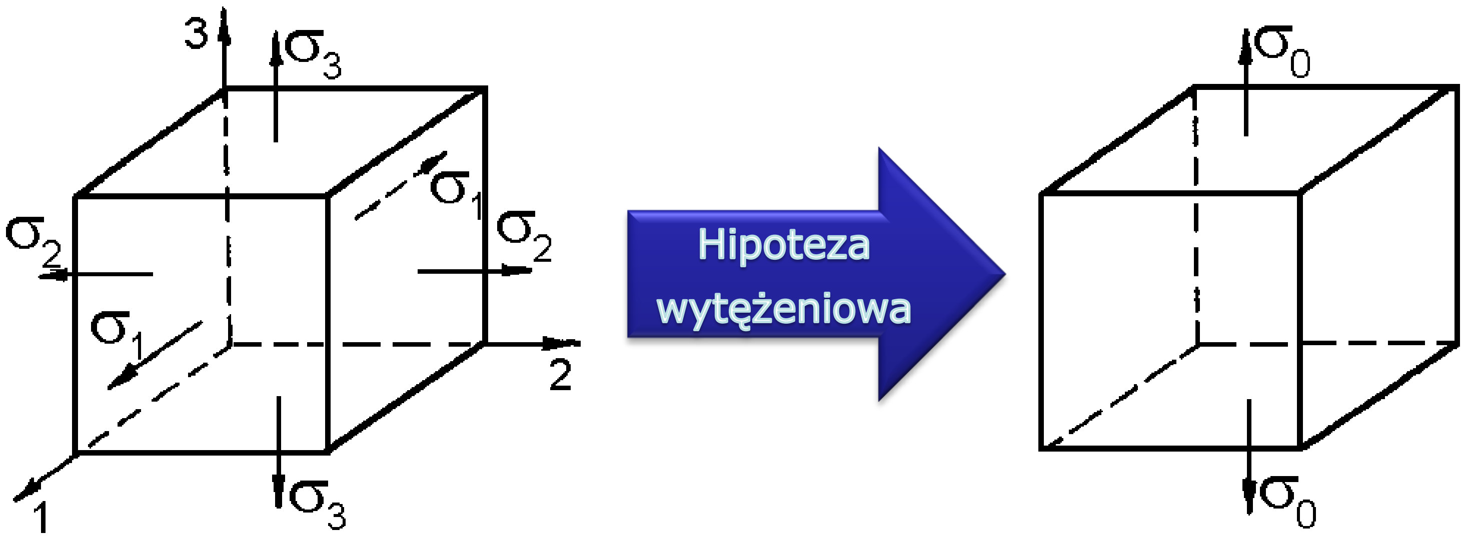
- **płaski stan odkształceń** (np. w płaszczyźnie x-y, tj.: $\varepsilon_z = 0$)
  wiąże się z przestrzennym stanem naprężenia:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] \tag{3}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] = 0 \Rightarrow \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

Dla danego materiału porównujemy stopień zbliżenia się do stanu krytycznego czyli tzw. **wytężenie W**, w złożonym stanie naprężeń i w tzw. stanie zastępczym (jednoosiowego rozciągania naprężeniem σ_0).



Rys. 8. *Złożony (a) i zastępczy (b) stan naprężeń*

Przykłady hipotez wytrzymałościowych stosowanych są dla materiałów ciągliwych (sprężysto - plastycznych):

- **Hipoteza Coulomba** - kryterium wytężenia jest największe naprężenie styczne τ_{max}.

stan zastępczy $\rightarrow$ $\tau_{\max} = \frac{\sigma_0}{2}$ $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ $\leftarrow$ stan złożony

stąd: $\boxed{\sigma_0 = \sigma_1 - \sigma_3}$ (4)

- **Hipoteza Hubera** - kryterium wytężenia stanowi energia odkształcenia postaciowego.

stan zastępczy $\rightarrow$ $E_p = \frac{1+\nu}{3E}\sigma_0^2$

stan złożony $\rightarrow$ $E_p = \frac{1+\nu}{6E}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]$

stąd: $\boxed{\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}}$ (5)

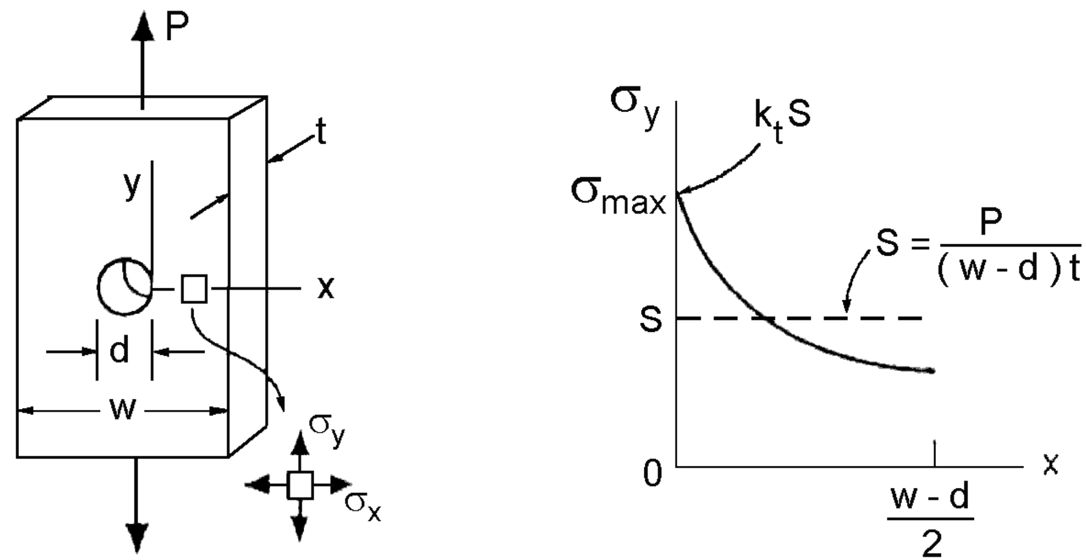
6. WSPÓŁCZYNNIK KSZTAŁTU

Współczynnik kształtu lub współczynnik koncentracji naprężeń (ozn. przez α_k lub k_t) jest miarą spiętrzenia naprężeń na dnie karbu.

$$\boxed{k_t = \frac{\sigma_{\max}}{S}} \qquad \boxed{1 < k_t < \infty} \tag{6}$$

σ_{max} - naprężenie maksymalne (rzeczywiste naprężenie na dnie karbu w materiale idealnie liniowo - sprężystym)

S - naprężenie nominalne (naprężenie na dnie karbu obliczone na podstawie elementarnych wzorów wytrzymałościowych lub naprężenie w przekroju odległym od karbu)



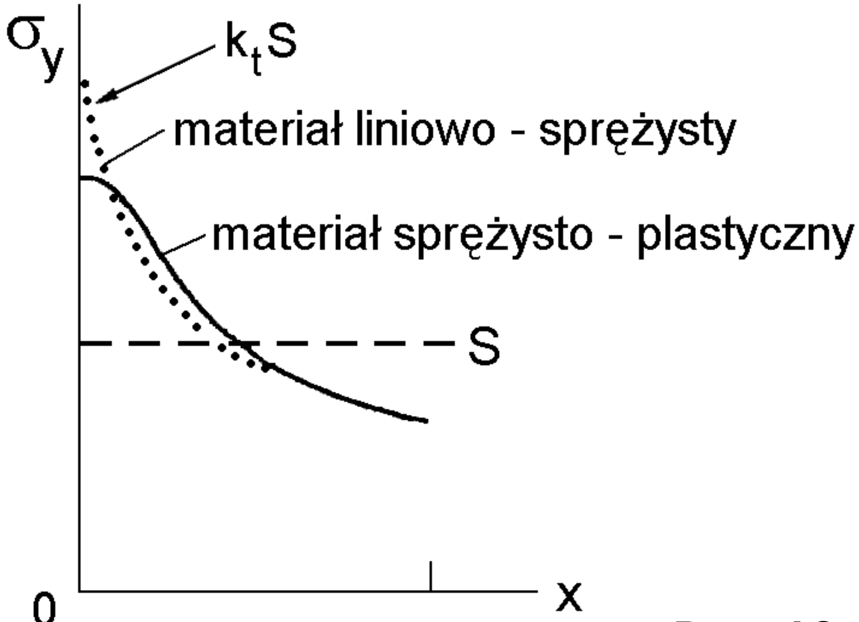
Rys. 9. *Przykład rozkładu naprężeń rzeczywistych i nominalnych*

6. WSPÓŁCZYNNIK KSZTAŁTU

Współczynnik kształtu lub współczynnik koncentracji naprężeń (ozn. przez α_k lub k_t) jest miarą spiętrzenia naprężeń na dnie karbu.

$$\boxed{k_t = \frac{\sigma_{\max}}{S}} \qquad \boxed{1 < k_t < \infty} \qquad (6)$$

Na skutek uplastycznienia $\boldsymbol{\sigma_{max}}$ może być mniejsze od $\boldsymbol{k_t S}$

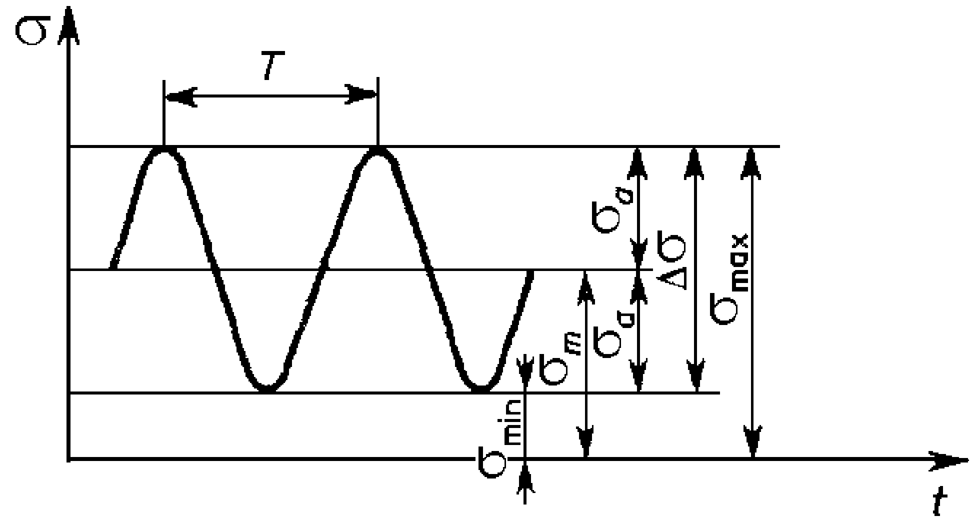


Rys. 10. *Wpływ uplastycznienia na rozkład naprężeń*

6. PARAMETRY CYKLU ZMĘCZENIOWEGO

W cyklu naprężeń sinusoidalnie zmiennych definiujemy:

- naprężenie maksymalne σ_{max}
- naprężenie minimalne σ_{min}
- amplitudę naprężeń σ_a
- zakres naprężeń $\Delta\sigma$
- naprężenie średnie σ_m
- okres zmiany naprężeń ***T***
- częstotliwość ***f=1/T***



Rys. 11. *Parametry cyklu zmęczeniowego*

Wymienione parametry powiązane są zależnościami:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \qquad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \qquad \Delta\sigma = 2\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \tag{7}$$

Niesymetryczność cyklu opisuje współczynnik asymetrii cyklu *R*:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \tag{8}$$

6. PARAMETRY CYKLU ZMĘCZENIOWEGO

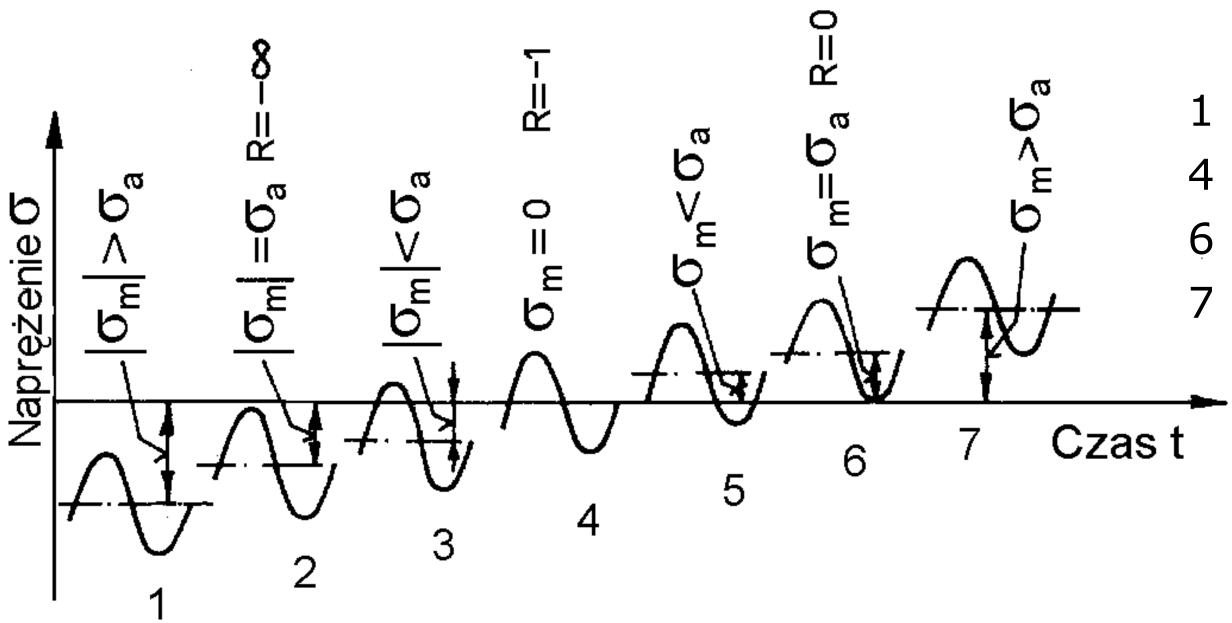
Wymienione parametry powiązane są zależnościami:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \qquad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \qquad \Delta\sigma = 2\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \qquad (7)$$

Niesymetryczność cyklu opisuje współczynnik asymetrii cyklu:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \qquad (8)$$

Przypadki szczególne:



1 - obustronne ściskanie

4 - cykl wahadłowy

6 - cykl odzerowo-tętniący

7 - obustronne rozciąganie

Rys. 12. *Rodzaje cykli zmęczeniowych*