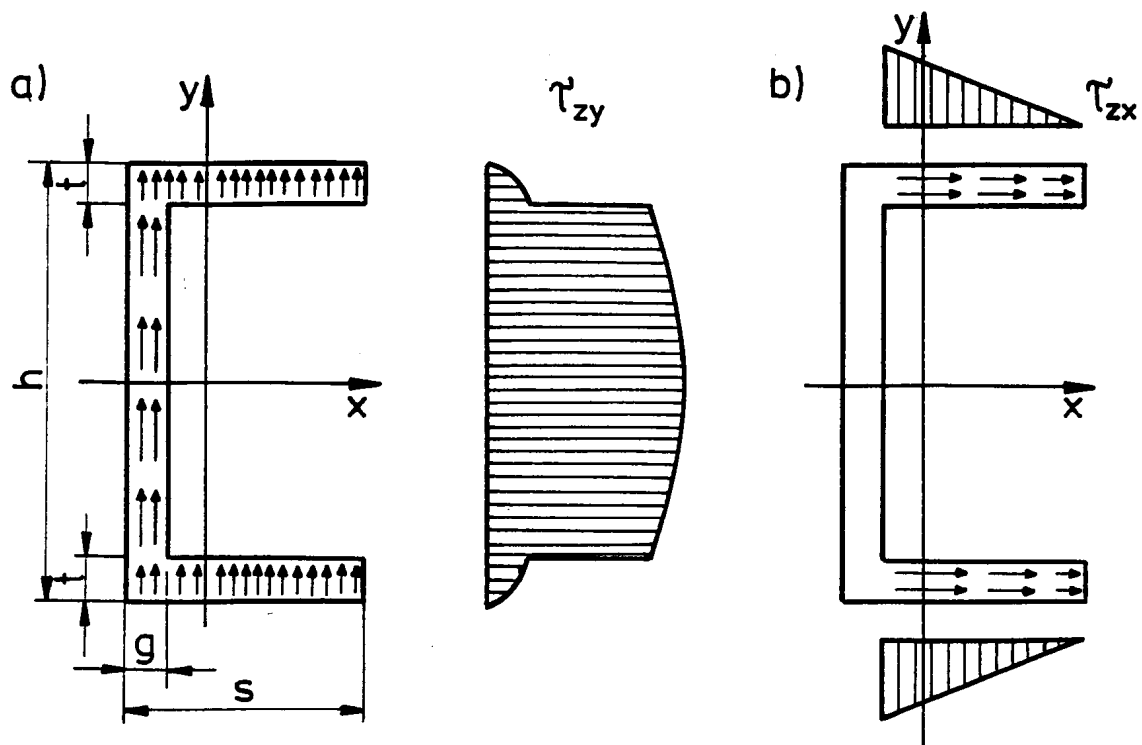


Ćwiczenie K3

Wyznaczenie położenia środka ścinania dla pręta cienkościennego.

1. Podstawy teoretyczne.

Stan naprężenia w zginanej belce cienkościenną to naprężenia normalne od zginania a także naprężenia styczne, które występują w dwóch kierunkach jak to pokazuje rysunek 1.



Rys. 1. Rozkład naprężeń stycznych τ_{zy} i τ_{zx} na przekroju ceownika..

Rozpatrujemy belkę wspornikową zginaną w jednej płaszczyźnie siłą P . Wartość naprężeń stycznych τ_{zy} obliczmy ze wzoru:

$$\tau_{zy} = \frac{T \cdot S_x^{odc}}{b_{(iy)} I_x} \quad (1)$$

gdzie: T – siła poprzeczna,

S_x^{od} - moment statyczny części odciętej,

$b_{(iy)}$ – szerokość przekroju w miejscu wyznaczenia naprężeń,

I_x – osiowy moment bezwładności przekroju.

Występujące naprężenia styczne τ_{zx} wyznaczamy ze wzoru:

$$\tau_{zx} = \frac{T(h-t)x}{2I_x} \quad (2)$$

gdzie: h – wysokość przekroju ceownika,

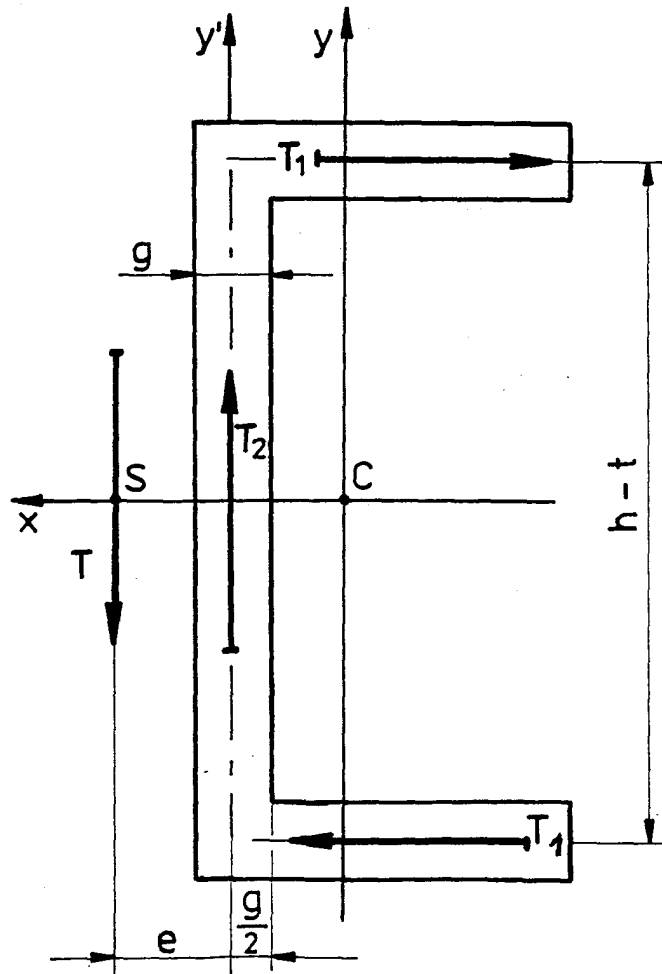
t – grubość półki ceownika,

x – zmienna po szerokości półki od 0 do $S-g$.

Z podanych powyżej wzorów na naprężenia styczne τ_{zy} i τ_{zx} można wyznaczyć siły wypadkowe, które je zastępują. Wypadkową siłę T_1 określamy przez całkowanie:

$$T_1 = \int_0^{S-g} \tau_{z2x} t dx = \int_0^{S-g} \frac{T(h-t)}{2I_x} x t dx = \frac{T(h-t)(s-g)^2 t}{4J_x} \quad (3)$$

Siła wypadkowa T_2 pochodząca od naprężeń τ_{zy} dla prętów cienkościennych, jest równa sile poprzecznej $T_2 \cong T$. Wypadkowe siły styczne, które działają w przekroju cienkościennego ceownika przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Wypadkowe siły styczne pochodzące od naprężeń stycznych.

Aby w płaszczyźnie przekroju nie występowało skręcanie, siła poprzeczna T winna pochodzić przez punkt nazwany środkiem ścinania. Teoretyczny środek ścinania wyznaczamy przyrównując do zera sumy momentów wszystkich sił względem szukanego środka ścinania oznaczonego przez S co daje równanie:

$$\sum M_{is} = 0 \Rightarrow$$

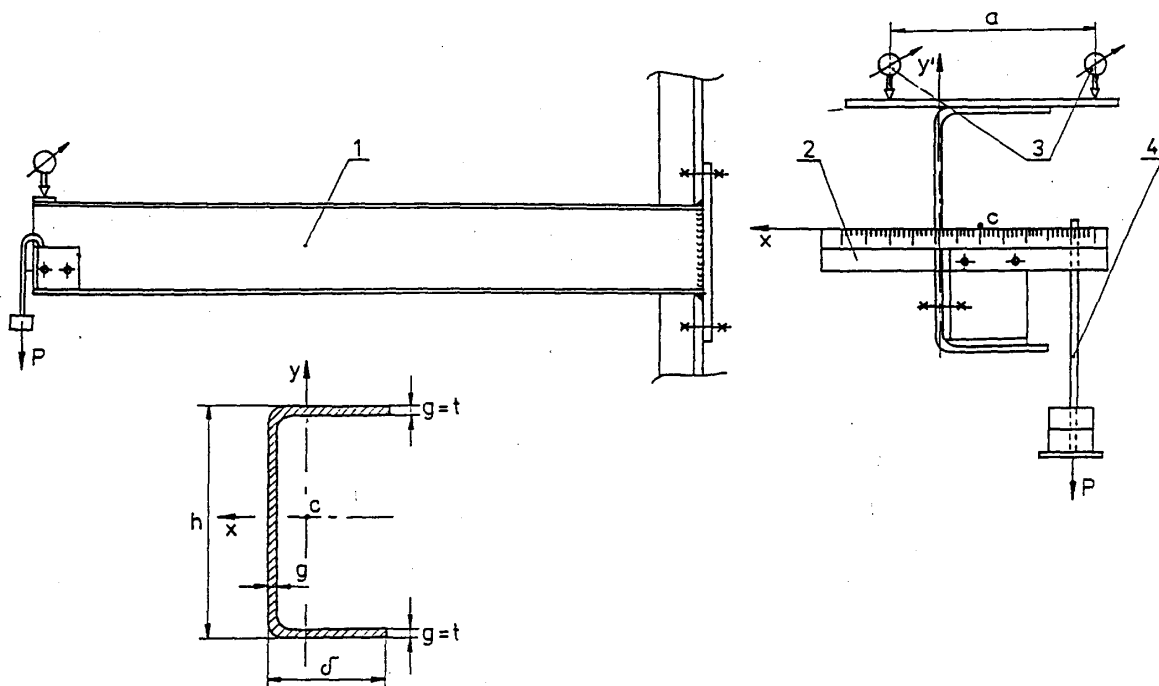
$$T_1 (h-t)^2 - T_2 e = 0 \quad (4)$$

Z równania (4) po podstawieniu (3) i uwzględnieniu że $T_2 = T$ wyznaczymy teoretyczne położenie środka ścinania dla ceownika:

$$e = \frac{(h-t)^2 (S-g)^2 t}{4J_x} \quad (5)$$

2. Eksperymentalne wyznaczenie środka ścinania dla cienkościennej ceowniki stanowiącej belkę wspornikową.

Ceowniki cienkościenne to profile w których stosunek wysokości i szerokości do grubości jest większy od dziesięciu. Do eksperymentu przyjęto ceownik zimno gięty o wysokości 50mm, szerokości 30mm i grubości ścianki 3mm. Doświadczalnie środek ścinania wyznaczamy poszukując takiego położenia siły obciążającej P przy którym nie będzie skręcania. Schemat stanowiska do eksperymentalnego wyznaczania środka ścinania pokazuje rysunek 3.



Rys. 3. Schemat stanowiska do eksperymentalnego wyznaczenia środka ścinania: 1- belka cienkościenna, 2- listwa pomiarowa, 3- czujniki zegarowe, 4 - obciążenie belki.

Obciążając belkę siłą P przemieszczającą się po listwie pomiarowej odczytujemy wskazania czujników zegarowych wskazujących pionowe przemieszczenia listwy. Można znaleźć takie położenie siły P dla którego wskazania obu czujników będzie takie same, to położenie będzie środkiem ścinania. Można także położenie środka ścinania wyznaczyć metodą pośrednią wyznaczając kąt skręcenia belki z poniższego wzoru:

$$\varphi_i = \frac{y_{pi} - y_{li}}{a} \quad (6)$$

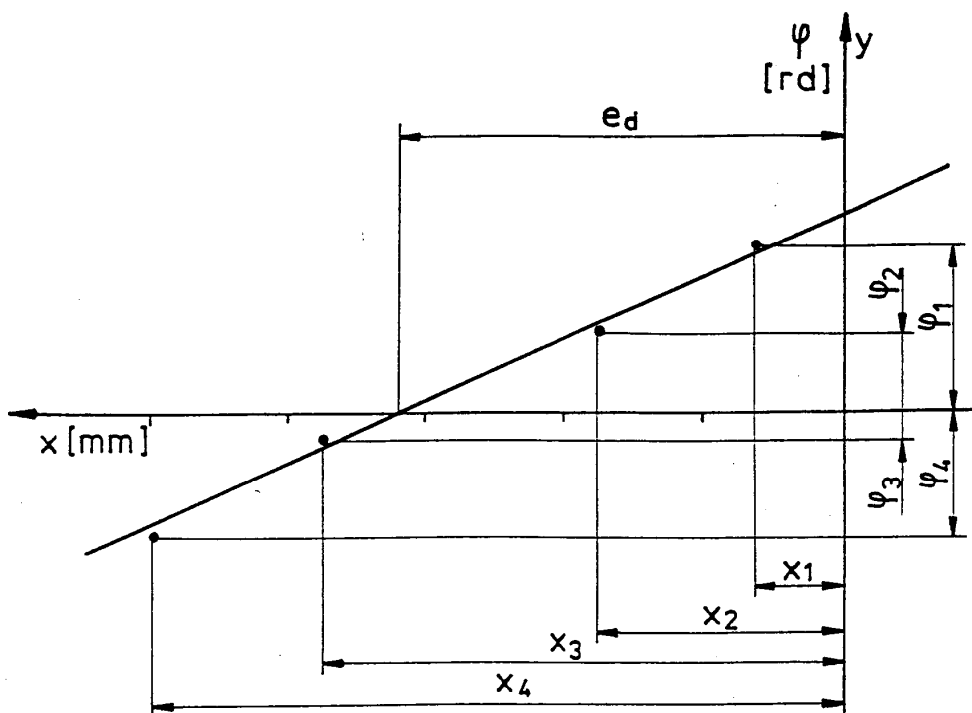
gdzie: y_{pi} – wskazania czujnika prawego,

y_{li} – wskazania czujnika lewego,

a – odległość między czujnikami.

Kąt skręcenia jest funkcją położenia obciążenia x_i .

Dla kilku położen x_i obliczamy kąt φ_i i sporządzamy wykres $\varphi_i = f(x_i)$ jak to pokazuje rysunek 4. Otrzymane wyniki aproksymujemy prostą. Położenie środka ścinania wyznacza przecięcie prostej z osią poziomą x_i



Rys. 4. Zależność kąta skręcenia od położenia obciążenia.

3.Przebieg ćwiczenia:

1. Zamocować belkę tak, aby jeden koniec był utwierdzony.
2. Dokonać pomiaru wymiarów przekroju.
3. Wyznaczyć położenie środka ciężkości i zaznaczyć jego położenie na przeponie.
4. Ustawiamy dwa czujniki zegarowe z końcówkami usytuowanymi na listwie pomiarowej oraz mierzymy odległość między nimi.
5. Obciążamy siłą P w środku ciężkości i odczytujemy wskazania czujników.
6. Dla kolejnych położzeń (przemieszczamy obciążenie w kierunku środka ścinania) odczytujemy wskazania czujników i położenie obciążenia.
7. Wyniki notujemy w tabeli (1) i obliczymy kąt skręcenia belki ze wzoru (2).
8. Sporządzamy na papierze milimetrowym wykres zależności $\varphi_i = f(x_i)$ i odczytujemy położenie środka ścinania e_d .
9. Obliczamy teoretyczne położenie środka ścinania ze wzoru (1).
10. Porównujemy wyniki teoretyczne i doświadczalne wg wzoru:

$$\Delta = \frac{e_d - e}{e} \cdot 100\%.$$

Tabela 1. Wskazania czujników do obliczenia kąta skręcenia

Lp.	Położenie obciążenia $x_i[mm]$	Wskazania czujników		Wymiar $a =$ $[mm]$
		$y_{li} [mm]$	$y_{pi}[mm]$	kąt skręcenia $\varphi_i [rd]$
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				