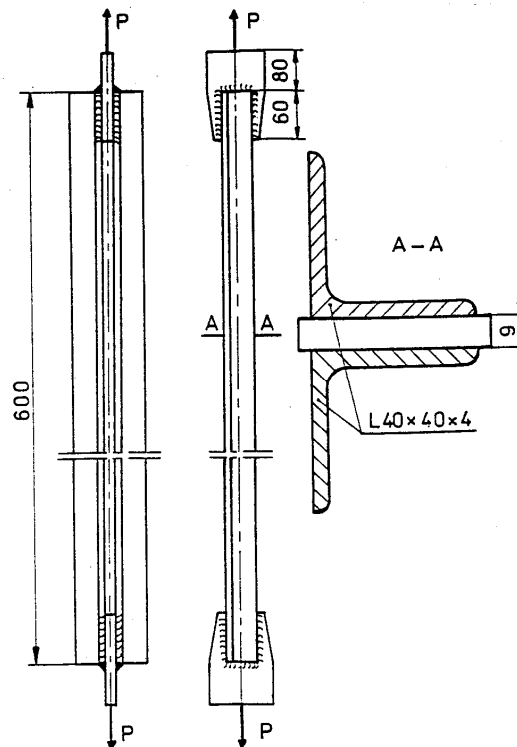


Ćwiczenie K2b

Wyznaczenie osi obojętnej w złożonym pręcie rozciągany.

1. Podstawy teoretyczne.

W kratownicach płaskich i przestrzennych istotną rolę w przenoszeniu obciążeń odgrywa konstrukcja węzłów a ich podatność wpływa na stan odkształcenia powodując odpowiedni stan naprężenia. Pręty konstrukcji kratowych wykonuje się z prętów o przekrojach prostych i złożonych. Węzły i pręty powinny być tak zaprojektowane aby były spełnione zasady konstruowania zawarte w normach dotyczących obliczeń statycznych i projektowania []. Niekiedy zachodzi konieczność wyznaczenia sił wewnętrznych albo określenia stanu naprężenia przy pomocy badań doświadczalnych. Do analizy przyjęto pręt rozciągany złożony z dwóch kątowników, które są przyspawane do blachy węzłowej. Analizowane będą dwa przypadki: pręt z przewiązką i bez przewiązki. Dla tych dwóch przypadków będą wyznaczane położenia osi obojętnej zarówno na drodze teoretycznej jak i eksperymentalnej przy zastosowaniu tensometrów rezystancyjnych do wyznaczenia stanu naprężenia. Pręt z blachami węzłowymi oraz przekrój poprzeczny pokazuje rysunek 1.



Rys. 1. Rozciągany pręt z przekrojem poprzecznym.

Dla pręta rozciąganego bez przewiązki kątowniki pracują oddzielnie i po zredukowaniu siły rozciągającej do środka ciężkości analizowanego kątownika otrzymujemy trzy siły wewnętrzne M_x , M_y , i N . Siła normalna jest równa:

$$N = \frac{P}{2},$$

a odpowiednie momenty:

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{P}{2} \left(\frac{b}{2} - e_y \right) \\ M_y &= \frac{P}{2} e_x \end{aligned} \quad (1)$$

Jest to przypadek mimośrodowego rozciągania pręta dla którego naprężenie w dowolnym punkcie można wyznaczyć ze wzoru:

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_{gx} + \sigma_{gy} = \frac{P}{2A} \left(1 + \frac{x_p}{iy^2} x + \frac{y_p}{ix^2} y \right) \quad (2)$$

gdzie: x_p , y_p - współrzędne punktu przyłożenia siły P

$$x_p = e_x, \quad y_p = \frac{b}{2} - e_y,$$

i_x , i_y - promienie bezwładności,

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}.$$

Równanie osi obojętnej dla $\sigma=0$ ma postać:

$$\frac{x}{a_x} + \frac{y}{a_y} = 1 \quad (3)$$

gdzie: a_x , a_y miejsce przecięcia osi x i y

$$a_x = -\frac{iy^2}{x_p}, \quad a_y = -\frac{ix^2}{y_p}.$$

2. Wyznaczenie położenia osi obojętnej przekroju ze wzorów teoretycznych.

Pręt badany wykonany jest z dwóch kątowników $L 40 \times 40 \times 4$ posiadających następujące charakterystyki geometryczne:

$$A = 3,08 \text{ cm}^2$$

$$I_x = I_y = 4,48 \text{ cm}^4$$

$$I_{max} = 7,09 \text{ cm}^4$$

$$I_{min} = 1,86 \text{ cm}^4$$

$$e_x = e_y = 1,12 \text{ cm}$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

Określono wartości współrzędnych przyłożenia siły, a ze wzoru (2) naprężenia w punktach gdzie naklejono tensometry (rysunek 3):

$$\begin{aligned}
 x_p &= 1,12\text{cm}, & i_x^2 &= \frac{4,48}{3,08} = 2,11\text{cm}^2 \\
 y_p &= -2,0 + 1,12 = -0,88\text{cm}, & i_y^2 &= 2,11\text{cm}^2 \\
 \sigma &= \frac{P}{6,16}(1 + 0,53x - 0,42 \cdot y) & & (4)
 \end{aligned}$$

Zatem z powyższego wzoru można wyznaczyć naprężenia w punktach 1, 2, 3 i 4 o współrzędnych:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= -2,28\text{cm} & y_1 &= 1,12\text{cm} \\
 x_2 &= 0,52\text{cm} & y_2 &= 1,12\text{cm} \\
 x_3 &= 0,72\text{cm} & y_3 &= -2,28 \\
 x_4 &= 0,72\text{cm} & y_4 &= 0,23\text{cm}
 \end{aligned}$$

Równanie osi obojętnej

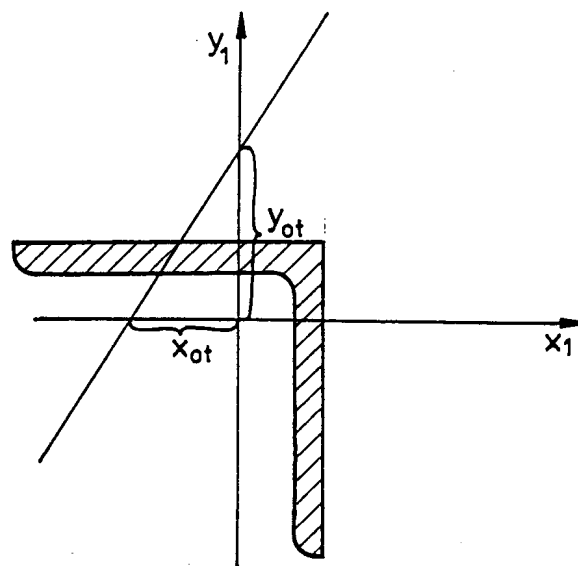
$$0,42y - 0,53x = 1 \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 \text{dla } x=0 & & y_0 &= 2,38\text{cm} \\
 \text{dla } y=0 & & x_0 &= -1,89\text{cm}
 \end{aligned}$$

Wartość naprężeń w punktach naklejenia tensometrów 1, 2, 3 i 4 wyznaczamy ze wzorów:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= -0,18P \cdot 10^4 \text{ [Pa]} \\
 \sigma_2 &= 0,13P \cdot 10^4 \text{ [Pa]} \\
 \sigma_3 &= 0,36P \cdot 10^4 \text{ [Pa]} \\
 \sigma_4 &= 0,21P \cdot 10^4 \text{ [Pa]}
 \end{aligned}$$

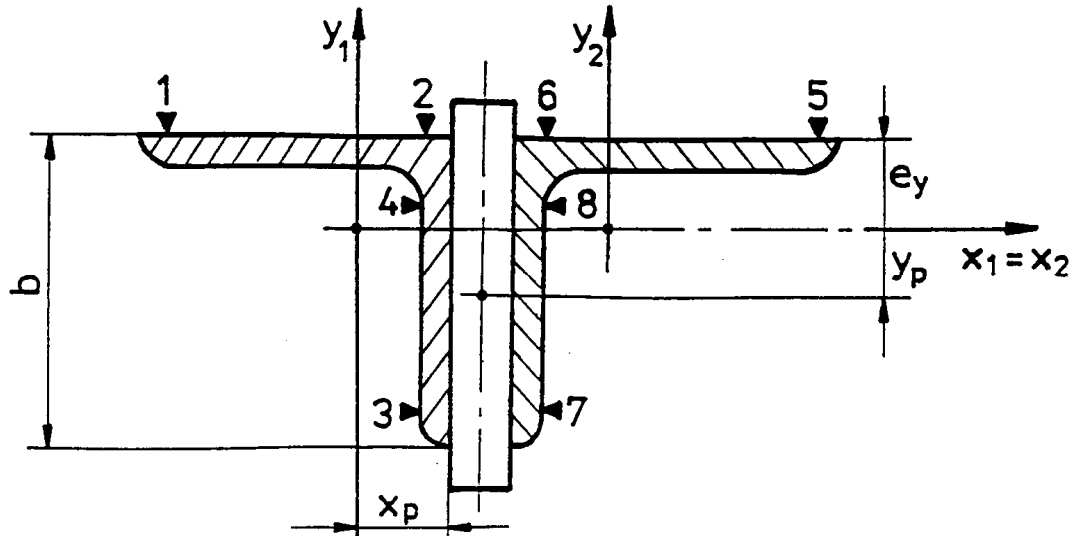
Wyznaczenie wartości naprężeń w miejscu naklejenia tensometrów pozwala na porównanie ich z naprężeniami wyznaczonymi doświadczalnie. Sposób wyznaczenia położenia osi obojętnej na podstawie wzorów teoretycznych dla mimośrodowego rozciągania pokazuje rysunek 2.



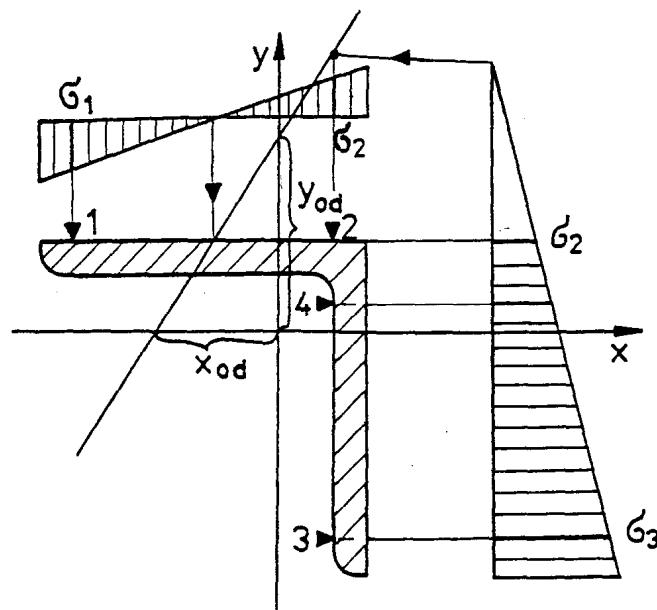
Rys. 2. Oś obojętą wyznaczoną teoretycznie.

3. Doświadczalne wyznaczenie położenia osi obojętnej rozciąganego pręta kratownicy.

Do wyznaczenia osi obojętnej podczas eksperymentu posłużono się pomiarem odkształceń przy pomocy tensometrów rezystancyjnych. Pomiar odkształceń dokonywany jest w czterech punktach jednego przekroju. Miejsce naklejenia tensometrów w przekrojach analizowanego pręta pokazano na rysunku 3. Na podstawie pomiaru odkształceń wyznaczono naprężenia i sporządzono ich wykres, co pokazuje rysunek 4. Sposób wyznaczenia osi obojętnej na podstawie rozkładu naprężeń otrzymanego na drodze eksperymentalnej pokazuje rysunek 4.



Rys. 3. Schemat naklejenia czujników tensometrycznych.



Rys. 4. Rozkład naprężeń i sposób wyznaczenia osi obojętnej na podstawie pomiarów eksperymentalnych.

Aby porównać położenie osi obojętnej w przypadku gdy istnieje przewiązka, postępujemy podobnie jak w przypadku jej braku. Dokonujemy pomiaru odkształceń, wyznaczamy naprężenia pomiarowe i rysujemy oś obojętną. Następnie dokonujemy porównania położenia osi obojętnej.

