SZCZEGÓLNE PRZYPADKI RUCHU PUNKTU

<u>Ruch jednostajny</u>

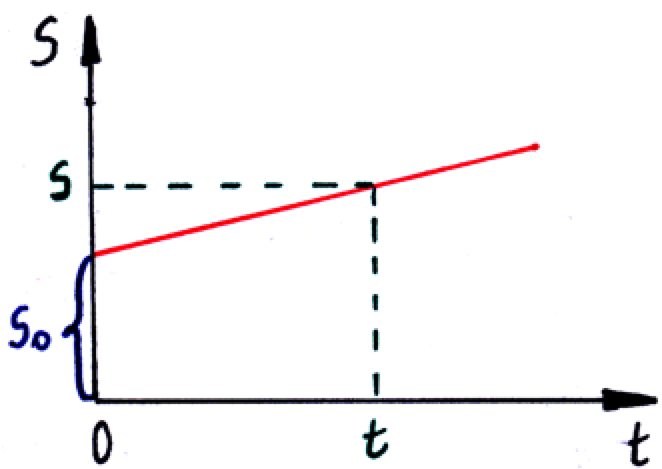
Df. Droga jest liniową funkcją czasu , tzn.

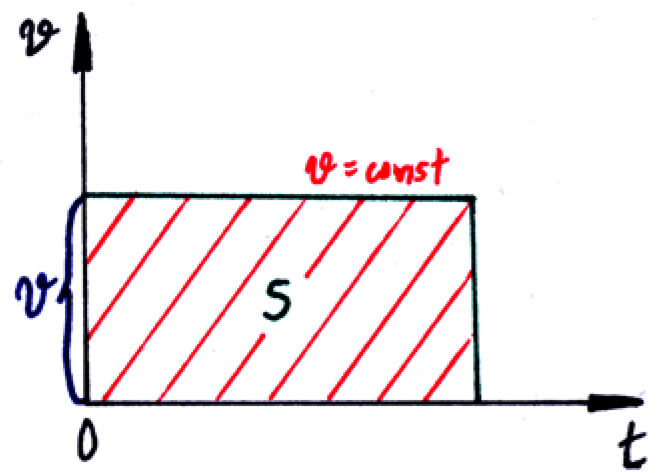
$$\frac{ds}{dt} = \text{const}, \text{ czyli } v = \text{const}.$$

Wynika stąd

$\int_{s_o}^{s} ds = v\int_{0}^{t} dt,$ a stąd s – s_o = vt lub

$\mathbf{s = s_o + vt}$





s – droga przebyta w czasie od 0 do t.

Ruch jednostajnie zmienny

Df. Prędkość jest liniową funkcją czasu , tzn.

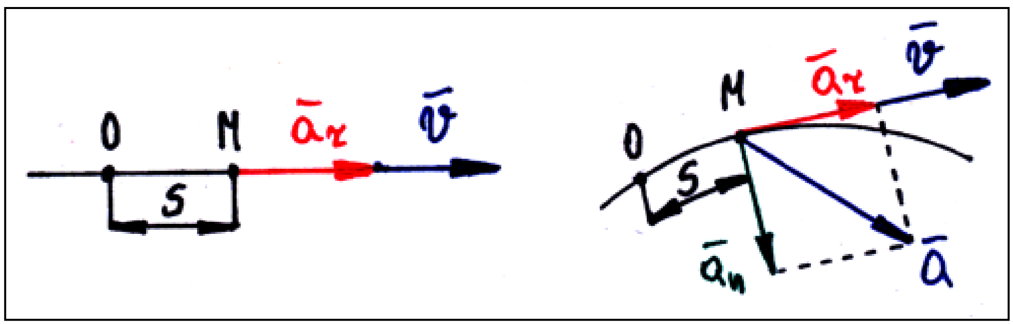
$$\frac{dv}{dt} = \text{const}, \quad \text{czyli} \quad a_\tau = \text{const.}$$

Dwa przypadki:

Ruch prostoliniowy: $\overline{a_n} = 0, \quad \overline{a_\tau} \neq 0$

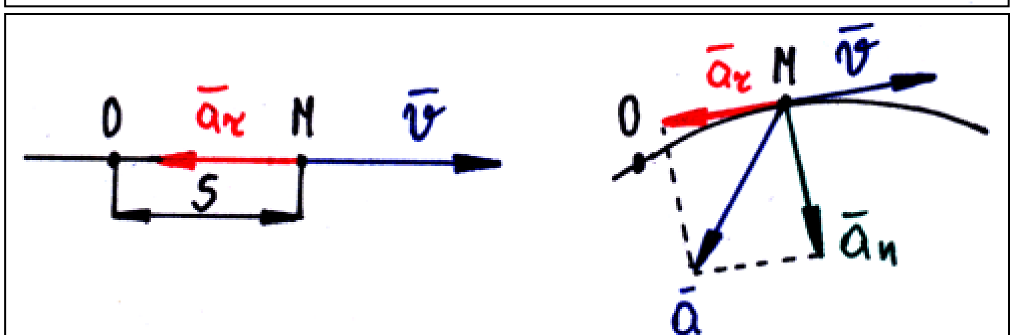
Ruch krzywoliniowy: $\overline{a_n} \neq 0, \quad \overline{a_\tau} \neq 0$

Ruch jest jednostajnie przyspieszony jeżeli $\overline{a_\tau}$ ma zwrot $\overline{v}$ i jednostajnie opóźniony gdy $\overline{a_\tau}$ ma zwrot przeciwny do $\overline{v}$.



Ruch jednostajnie przyspieszony

$\overline{a_\tau} > 0$

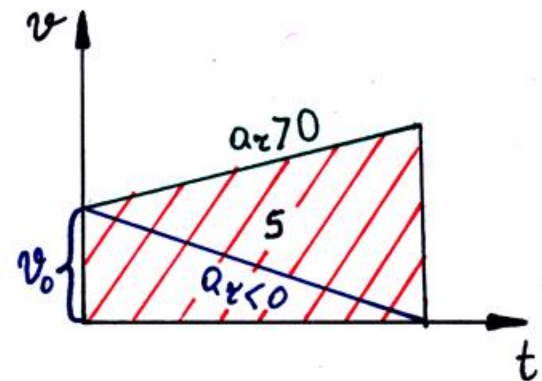


Ruch jednostajnie opóźniony

$\overline{a_\tau} < 0$

Założenie:

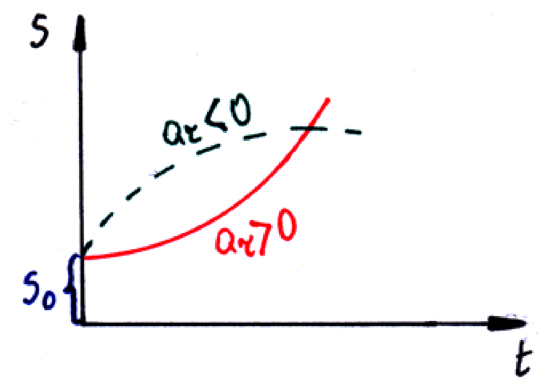
Dla $t_o=0$ $v=v_o$ $OM=s_o$ (warunki początkowe)



$$\frac{dv}{dt} = a_\tau = \text{const} \quad \rightarrow \quad dv = a_\tau\, dt$$

$$\int_{v_o}^{v} dv = \int_0^t a_\tau dt \quad \rightarrow \quad v - v_o = a_\tau \cdot t$$

$$v = v_o + a_\tau \cdot t$$



$$\frac{ds}{dt} = v = v_o + a_\tau \cdot t \quad \rightarrow \quad ds = (v_o + a_\tau \cdot t)dt$$

$$\int_{s_o}^{s} ds = \int_0^t (v_0 + a_\tau \cdot t)dt$$

$$s - s_o = v_o \cdot t + \frac{1}{2} a_\tau \cdot t^2$$

$$s = s_o + v_o \cdot t + a_\tau \cdot t^2/2$$

s – droga przebyta w czasie od 0 do t

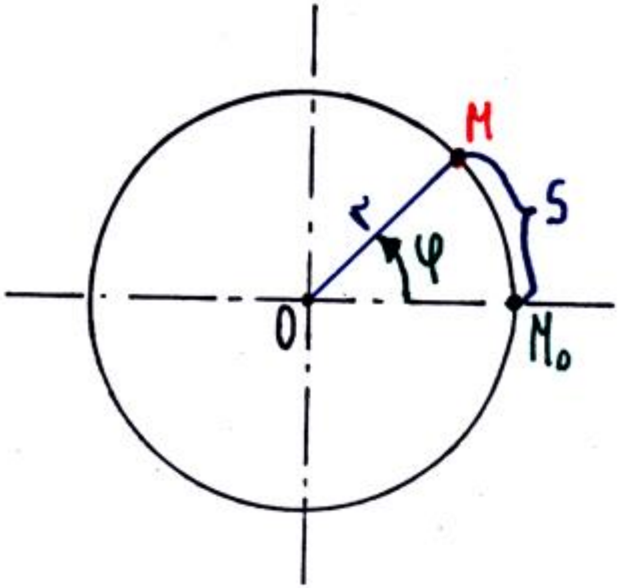
RUCH PO OKRĘGU KOŁA

$s = r \cdot \varphi$

s – droga liniowa; φ – droga kątowa

$$v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \dot{\varphi} = r \cdot \omega$$

ω - prędkość kątowa (s^{-1})



$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = r\frac{d^2\varphi}{dt^2} = r \cdot \ddot{\varphi} = r \cdot \varepsilon$$

ε - przyspieszenie kątowe (s^{-2})

Ponieważ $a_n = v^2/r$ to $a_n = r\omega^2$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{r^2\omega^4 + r^2\varepsilon^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

Droga kątowa przebyta w ciągu 60 s

$\varphi = \omega \cdot 60$

Jeżeli punkt wykonuje *n* obrotów na minutę to

$\varphi = 2\pi \cdot n$

Stąd **$\omega = \pi n/30$**

Szczególne przypadki ruchu po okręgu

Ruch po okręgu może być:

1. Jednostajny

$\omega = \dot{\varphi} = const$

Z podzielenia stronami przez *r* równania $s = s_o + vt$:

$$\boldsymbol{\varphi = \varphi_o + \omega t}$$

2. Jednostajnie zmienny

$\dot{\omega} = \mathrm{const}$, czyli $\varepsilon = \mathrm{const}$

Z podzielenia stronami przez *r* równań

$v = v_o + a_\tau \cdot t$

$s = s_o + v_o \cdot t + a_\tau \cdot t^2/2$

$$\boldsymbol{\omega = \omega_o + \varepsilon \cdot t}$$

$$\boldsymbol{\varphi = \varphi_o + \omega_o \cdot t + \varepsilon \cdot t^2/2}$$

ruch jednostajnie przyspieszony: $\varepsilon > 0$

ruch jednostajnie opóźniony: $\varepsilon < 0$

RUCH OKRESOWY

Df. Droga jest okresową funkcją czasu

Przypadek ważny ze względu na opis wszelkiego rodzaju drgań

Ruch powtarza się identycznie po pewnym przedziale czasu **T** zwanym **okresem ruchu**.

Jeżeli f(t) – jedna z funkcji występujących w równaniach ruchu np.

$\bar{r}(t)$, s(t), v(t), a(t) to:

$f(t \pm T) = f(t)\big|$ lub $f(t+nT)=f(t)$, gdzie $n=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Wystarczający jest opis ruchu w jednym okresie.

Przykład: <u>Ruch harmoniczny</u>

Df. $x = A\sin(\omega t + \gamma)$

ω – prędkość kątowa
A – amplituda ruchu
γ – faza ruchu

Okres ruchu T=2π

$A\sin[\omega(t+T)+\gamma] = A\sin(\omega t+\gamma+2\pi),$

stąd $\omega = 2\pi/T$

$f=1/T$ - częstotliwość ruchu (liczba okresów w jednostce czasu)

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t+\gamma) = \omega A\sin(\omega t+\gamma+\pi/2)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\omega^2 A\sin(\omega t+\gamma) = \omega^2 A\sin(\omega t+\gamma+\pi)$$