KINEMATYKA:

Badanie ruchu ciał niezależnie od przyczyn, które go powodują.

Przemieszczenia punktów ciał będących w ruchu określa się względem pewnego układu odniesienia przyjętego za nieruchomy biorąc pod uwagę czas, w którym nastąpiły.

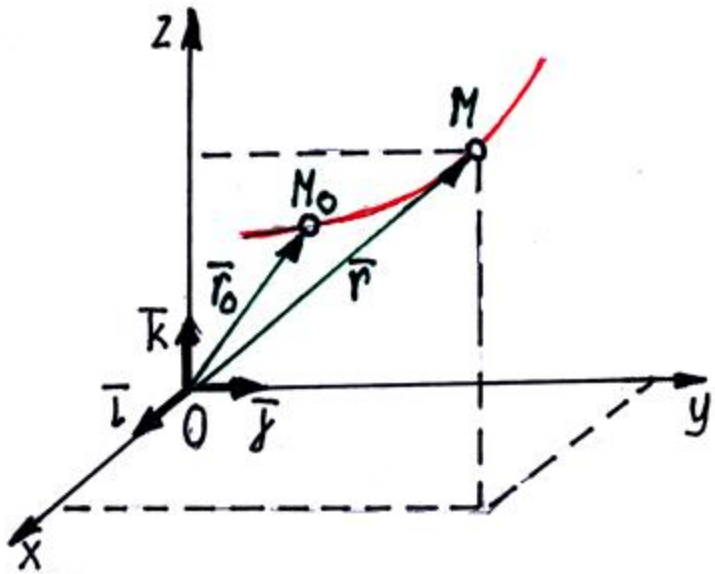
KINEMATYKA PUNKTU MATERIALNEGO

Sposoby opisu ruchu punktu:

1. Przy pomocy wektora-promienia wodzącego
2. Przy pomocy równań skończonych
3. Przy pomocy współrzędnej naturalnej (drogowej)

1. Opis ruchu punktu przy pomocy wektora-promienia wodzącego

Tor (trajektoria) punktu – linia ciągła będąca miejscem geometrycznym kolejnych położeń punktu w przestrzeni.



$\bar{r}$ – wektor-promień wodzący

$$\bar{r} = \bar{i}\,x + \bar{j}\,y + \bar{k}\,z$$

Wektorowe równanie ruchu:

$$\bar{r} = \bar{r}(t)$$

$$\bar{r} = \bar{i}\cdot x(t) + \bar{j}\ y(t) + \bar{k}\cdot z(t)$$

2. Opis ruchu punktu przy pomocy równań skończonych

Równania parametryczne toru:

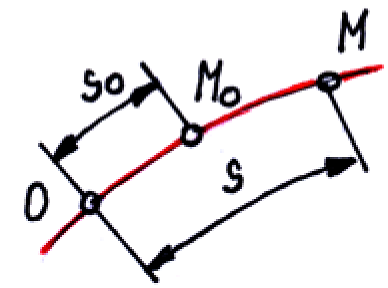
$x = f_1(t)$

$y = f_2(t)$

$z = f_3(t)$

Równanie toru w postaci jawnej f (x,y,z) = 0 otrzymuje się przez **wyrugowanie czasu**.

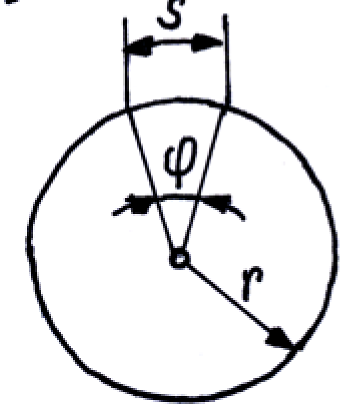
3. Opis ruchu punktu przy pomocy współrzędnej naturalnej (drogowej)



Współrzędna drogowa: s = łuk OM

dla t=0 s=s_0

Równanie ruchu: s = f (t)



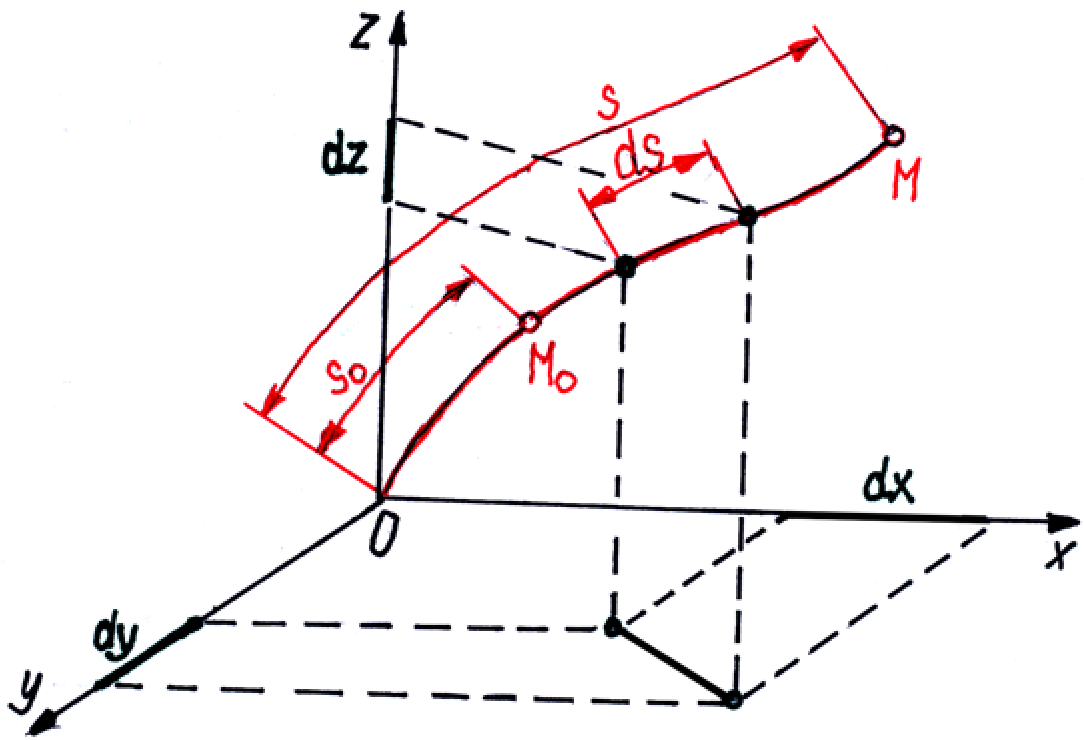
Droga kątowa (ruch po okręgu o promieniu r): $\varphi = \dfrac{s}{r}$

φ [radian]; s [jednostka długości] – droga liniowa

Równanie ruchu: $\varphi(t) = \dfrac{s(t)}{r}$

$$ds = \pm\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

$$ds = \pm\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\,dt$$



PRĘDKOŚĆ PUNKTU

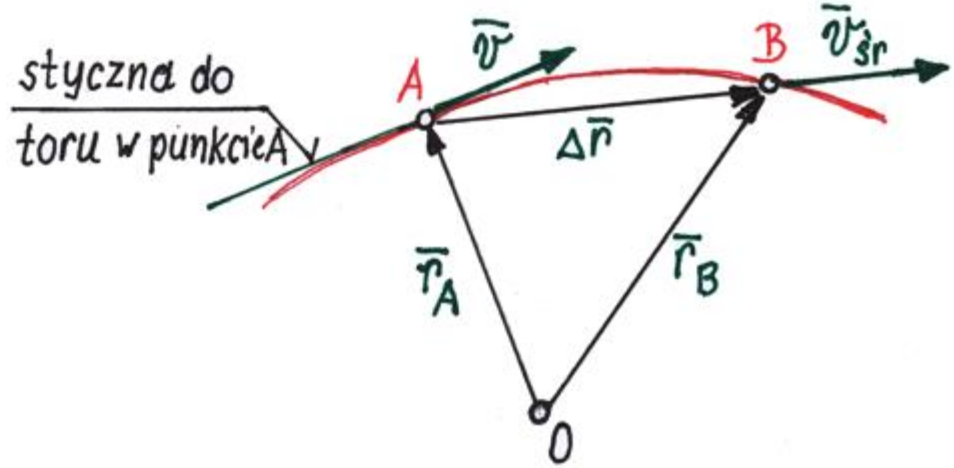
1. W wektorowym opisie ruchu

$\overline{r_B} = \overline{r_A} + \Delta\overline{r}$

Δt – czas ruchu między położeniem A i B

Prędkość średnia między położeniem A i B:

$$\overline{v_{śr}} = \frac{\Delta\overline{r}}{\Delta t}$$



Definicja prędkości (chwilowej):

$$\overline{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overline{r}}{\Delta t} = \frac{d\overline{r}}{dt}$$

Jeżeli $\Delta t \to 0$ to punkt B $\to$ punkt A.

Stąd: graniczny kierunek $\Delta\overline{r}$ to styczna do toru w punkcie A.

Wniosek:

Wektor prędkości $\overline{v}$ leży na stycznej do toru i ma zwrot zgodny kierunkiem ruchu punktu

2. W opisie ruchu równaniami skończonymi

$$\bar{r} = \bar{i}\,\mathrm{x} + \bar{j}\,\mathrm{y} + \bar{k}\,\mathrm{z}$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{i}\frac{dx}{dt} + \bar{j}\frac{dy}{dt} + \bar{k}\frac{dz}{dt}$$

$$\bar{v} = \bar{i}v_x + \bar{j}v_y + \bar{k}v_z$$

Współrzędne $\bar{v}$:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \qquad v_y = \frac{dy}{dt}, \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Wartość $\bar{v}$:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

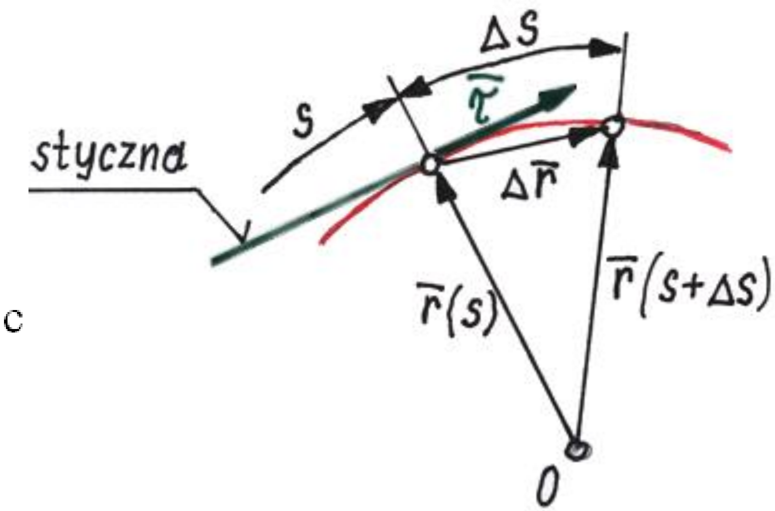
Cosinusy kierunkowe:

$\cos(\bar{v}, \mathrm{x}) = \mathrm{v_x}/\mathrm{v}$, $\cos(\bar{v}, \mathrm{y}) = \mathrm{v_y}/\mathrm{v}$, $\cos(\bar{v}, \mathrm{z}) = \mathrm{v_z}/\mathrm{v}$

3. W opisie ruchu przy użyciu współrzędnej naturalnej (drogowej)

Każdej wartości współrzędnej drogowej s(t) poruszającego się punktu odpowiada określony wektor-promień $\bar{r}$, a więc można określić funkcję $\bar{r} = \bar{r}[s(t)]$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\bar{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$$



$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta s}$$

Gdy $\Delta s \to 0$ kierunek $\Delta\bar{r} \to$ styczna w punkcie A, więc

$$\lim_{\Delta s \to 0} \left| \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta s} \right| = \lim_{B \to A} \frac{AB}{\cup AB} = 1$$

Wniosek:

Wektor $\bar{\tau} = \frac{d\bar{r}}{ds}$ jest wersorem o kierunku stycznym do krzywej toru.

Ostatecznie:

$$\bar{v} = \bar{\tau} \frac{ds}{dt} \qquad \text{przy czym} \qquad |\bar{v}| = v = \frac{ds}{dt} \qquad \text{bo} \quad \bar{v} = \bar{\tau}\, v$$