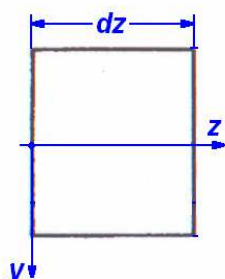


**Instrukcja przygotowania i realizacji scenariusza dotyczącego ćwiczenia T7
z przedmiotu "Wytrzymałość materiałów", przeznaczona dla studentów II roku studiów
stacjonarnych I stopnia w kierunku Energetyka na Wydz. Energetyki i Paliw ***

Treść ćwiczenia T7: **Sprawdzanie bezpieczeństwa belek na dopuszczalne naprężenia materiału (warunek wytrzymałości)**

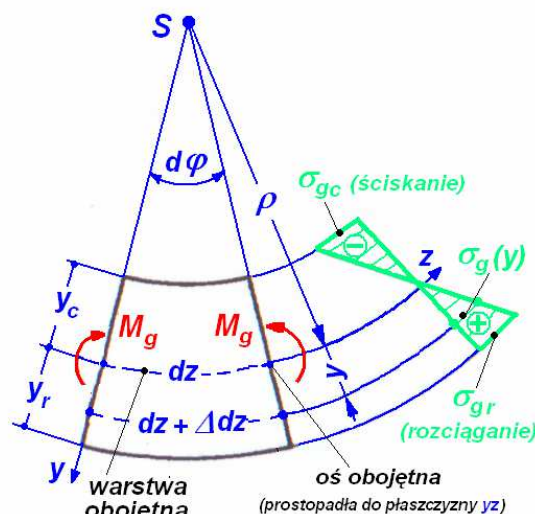
Część I. Obliczanie naprężeń wywołanych przez moment zginający

1. Istota zjawiska zginania



Elementarny odcinek dz belki
bez obciążenia

Rys.1



Elementarny odcinek dz
po obciążeniu momentem zginającym M_g

Moment zginający M_g działający w płaszczyźnie yz (płaszczyzna rysunku) na elementarny odcinek o długości dz - wycięty myślowo z belki - powoduje, że:

- skrajne powierzchnie prostopadłe do osi y zmieniają się z powierzchni płaskich - na powierzchnie walcowe o wspólnej osi S prostopadłej do płaszczyzny yz (płaszczyzny rysunku),
- przekroje płaskie poprzeczne - prostopadłe do płaszczyzny yz i **równoległe do osi y** - obracają się względem osi tworzących - w nieobciążonym odcinku elementarnym belki - płaszczyznę przechodzącą przez oś z i prostopadłą do osi y , która - po zadziałaniu momentu M_g - zmienia się na powierzchnię walcową nazywaną **warstwą obojętną**,
- po zadziałaniu momentu M_g następuje podział każdego przekroju poprzecznego elementarnego odcinka na strefę **ściskania** oraz strefę **rozciągania**, które przedziela linia prosta prostopadła do płaszczyzny yz , nazywana **osią obojętną**; **oś obojętna** przechodzi przez **środek ciężkości** przekroju i **jest główną centralną osią bezwładności** tego przekroju,
- w każdym przekroju poprzecznym elementarnego odcinka powstaje **jednoosiowy stan naprężeń o liniowym rozkładzie wzdłuż osi y** , który jest opisany przez wzory:

$$\sigma_g(y) = \frac{E}{\rho} \cdot y = \frac{M_g}{J_x} \cdot y, \quad \sigma_{gc} = \frac{M_g}{J_x} y_c, \quad \sigma_{gr} = \frac{M_g}{J_x} y_r$$

E - moduł Younga materiału belki,

ρ - promień krzywizny elementarnego odcinka wywołanej przez moment zginający M_g ,

J_x – osiowy moment bezwładności przekroju poprzecznego obliczony względem osi obojętnej,

y_c, y_r – współrzędne punktów przekroju poprzecznego, w których występują ekstremalne naprężenia

ściskające σ_{gc} i rozciągające σ_{gr} spowodowane przez moment zginający M_g .

* Autorem instrukcji jest Marek Płachno, prof. ndzw. AGH. Instrukcja stanowi przedmiot prawa autorskiego określonego w Ustawie o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. 1994 r. Nr 24 poz.83 z późn. zmianami). Autor nie wyraża zgody na inne wykorzystywanie instrukcji niż podane w jej przeznaczeniu.

2. Warunek bezpieczeństwa belki zginanej, wykonanej z materiału sprężysto-plastycznego

2.1. Definicja opisowa warunku

W przypadku zginania belki wykonanej z **materiału sprężysto- plastycznego** (charakteryzującego się **jednakową wytrzymałością obliczeniową na rozciąganie i ściskanie**), o bezpieczeństwie belki decyduje to naprężenie w jej przekroju niebezpiecznym, które jest **największe co do bezwzględnej wartości**.

2.2. Definicja obliczeniowa warunku

$$\sigma_g = \frac{|M_g|}{W_x} \leq k_g \quad , \quad W_x = \frac{J_x}{|y|_{max}} \quad , \quad |y|_{max} = \max(|y_c|, |y_r|) \quad (2.1)$$

k_g - naprężenie dopuszczalne materiału belki na zginanie,

W_x - wskaźnik wytrzymałości niebezpiecznego przekroju belki na zginanie,

y_c, y_r - jak na rys. 1.

Uwaga:

Postać warunku (2.1) może być stosowana tylko dla belek z **materiału sprężysto-plastycznego**.

3. Warunek bezpieczeństwa belki zginanej, wykonanej z materiału sprężysto-kruchego

3.1. Definicja opisowa warunku

W przypadku zginania belki wykonanej z **materiału sprężysto - kruchego** (charakteryzującego się **większą wytrzymałością na ściskanie niż na rozciąganie**), o bezpieczeństwie belki może decydować to naprężenie w jej przekroju niebezpiecznym, które **nie jest największe co do bezwzględnej wartości**. Z tego powodu przekrój niebezpieczny belki zginanej, wykonanej z **materiału sprężysto - kruchego** należy sprawdzać zarówno **na naprężenia rozciągające jak i ściskające**.

3.2. Definicja obliczeniowa warunku

$$|\sigma_{gc}| = |M_g| \cdot \frac{|y_c|}{J_x} \leq k_c \quad , \quad |\sigma_{gr}| = |M_g| \cdot \frac{|y_r|}{J_x} \leq k_r \quad (2.2)$$

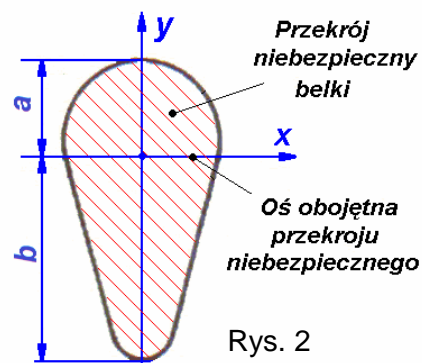
k_c - naprężenie dopuszczalne materiału belki na ściskanie,

k_r - naprężenie dopuszczalne materiału belki na rozciąganie,

y_c, y_r - jak na rys. 1.

4. Przykład obliczeniowy nr 1

Sprawdzić warunek bezpieczeństwa belki z materiału sprężysto-plastycznego, której przekrój niebezpieczny - mający moment bezwładności J_x oraz obciążony momentem zginającym M_g - pokazuje rys. 2. Obliczenia wykonać dla danych: $M_g = -7,5$ kNm, $J_x = 250$ cm⁴, $a = 25$ mm, $b = 50$ mm, $k_g = 160$ MPa.



Rys. 2

$$y_r = a = 25 \text{ mm} \quad , \quad y_c = -b = -50 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad |y|_{max} = \max(|y_c|, |y_r|) = \max(|-50 \text{ mm}|, |25 \text{ mm}|) = 50 \text{ mm}$$

$$W_x = \frac{J_x}{|y|_{max}} = \frac{250 \cdot 10^{-8}}{50 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \quad , \quad \sigma_g = \frac{|M_g|}{W_x} = \frac{|-7,5| \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-5}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ Pa} = 150 \text{ MPa} > k_g = 160 \text{ MPa}$$

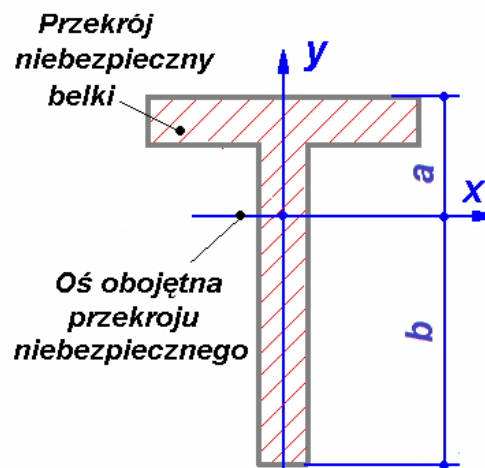
Warunek bezpieczeństwa belki jest spełniony

5. Przykład obliczeniowy nr 2

Wspornik wykonany z żeliwa (materiał sprężysto-kruchy) – ma przekrój niebezpieczny jak na rys.3. Ten przekrój jest obciążony momentem zginającym M_g oraz ma moment bezwładności J_x . Sprawdzić warunek bezpieczeństwa dla następujących danych:

$$M_g = -4 \text{ kNm}, \quad J_x = 400 \text{ cm}^4, \quad a = 70 \text{ mm}, \quad b = 140 \text{ mm},$$

$$k_c = 150 \text{ MPa}, \quad k_r = 60 \text{ MPa}.$$



Rys.3

- **Warunek bezpieczeństwa dla ściskania**

$$y_c = -b = -140 \text{ mm} \Rightarrow |\sigma_{gc}| = |M_g| \cdot \frac{|y_c|}{J_x} = |-4| \cdot 10^3 \cdot \frac{|-140| \cdot 10^{-3}}{400 \cdot 10^{-6}} = 140 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 140 \text{ MPa} < k_c = 150 \text{ MPa}$$

Warunek bezpieczeństwa dla ściskania jest spełniony

- **Warunek bezpieczeństwa dla rozciągania**

$$y_r = a = 70 \text{ mm} \Rightarrow |\sigma_{gr}| = |M_g| \cdot \frac{|y_r|}{J_x} = |-4| \cdot 10^3 \cdot \frac{|70| \cdot 10^{-3}}{400 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 70 \text{ MPa} > k_r = 60 \text{ MPa}$$

Warunek bezpieczeństwa dla rozciągania nie jest spełniony, w związku z czym, mimo że jest spełniony warunek dla ściskania, nie jest spełniony warunek bezpieczeństwa dla zginania.

Koniec instrukcji